simplyjarod.com

IACR

Resúmenes

Apuntes y exámenes ETSIT UPM

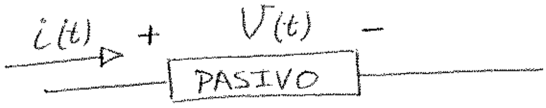
Si alguna vez estos apuntes te sirvieron de ayuda, piensa que tus apuntes pueden ayudar a muchas otras personas.

Comparte tus apuntes en simplyjarod.com

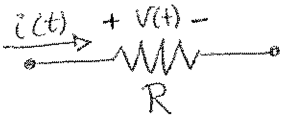
Tema 1: Conceptos básicos de circuitos

1. Elementos pasivos de un circuito
2. Elementos activos de un circuito
3. Leyes de Kirchhoff

1. Elementos pasivos de un circuito

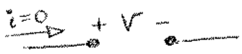


a) Resistencia



$R = \frac{V}{I} > 0 \ (\Omega)$

G (conductancia) $= \frac{1}{R} = \frac{I}{V} > 0$ ($\mho$ ó siemens)

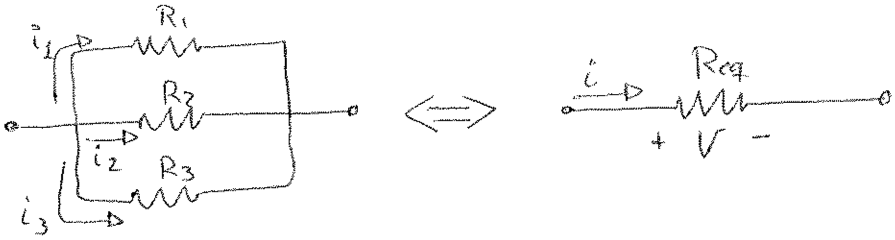
si $R \rightarrow \infty \Rightarrow$ circuito abierto $\Rightarrow i = 0 \Rightarrow$ 

si $R = 0 \Rightarrow$ circuito cerrado $\Rightarrow V = 0 \Rightarrow$ 

Asociación de resistencias en serie:

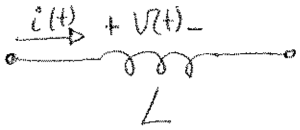
$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 \quad ; \ i_1 = i_2 = i_3 = i \ ; \ V = V_1 + V_2 + V_3$

Asociación de resistencias en paralelo:



$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \ ; \quad i = i_1 + i_2 + i_3 \ ; \quad V = V_1 = V_2 = V_3$

b) Bobina



$$L \text{ (inductancia)} = \frac{\Phi}{i} \quad (\text{Henrios, H})$$

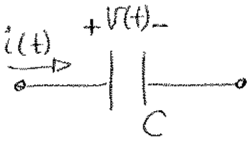
$$V(t) = L\,\frac{di(t)}{dt}$$

En corriente continua (cc) una bobina se comporta como un circuito cerrado (cortocircuito).

La corriente que atraviesa una bobina es una función continua: $i(t_0^+) = i(t_0^-)$

Las bobinas se asocian en serie y en paralelo de forma análoga a las resistencias.

c) Condensador



$$C \text{ (capacidad)} = \frac{Q}{V} \quad (\text{Faradios, F})$$

$$i(t) = C\,\frac{dV(t)}{dt}$$

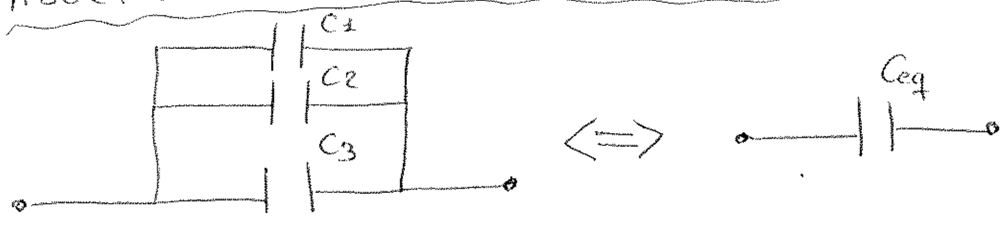
En corriente continua (cc) un condensador se comporta como un circuito abierto

La tensión en bornas de un condensador es una función continua: $V(t_0^+) = V(t_0^-)$

Asociación de condensadores en serie:

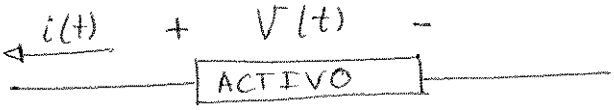
$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

Asociación de condensadores en paralelo:



$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3$$

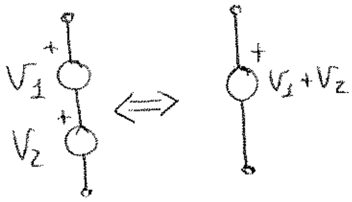
2. Elementos activos de un circuito

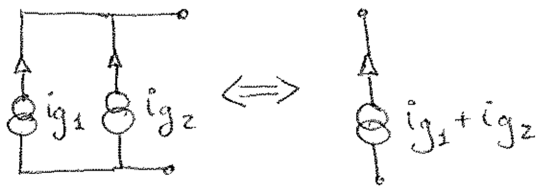


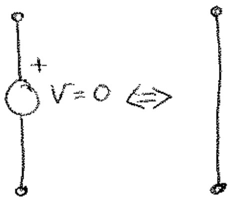
a) Generadores ideales

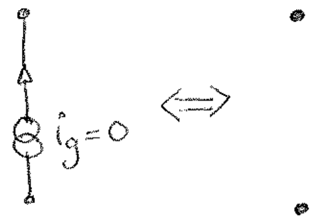
De tensión | **De corriente**

Mantienen una tensión / una corriente fija y soportan cualquier corriente / tensión



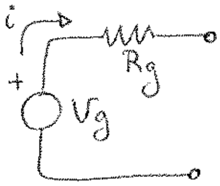


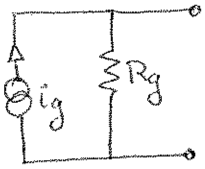




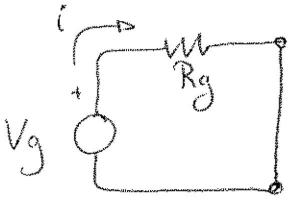
b) Generadores reales

De tensión | **De corriente**



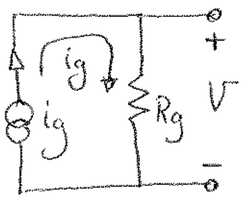


si cortocircuitamos:



$$V_g = i \cdot R_g$$

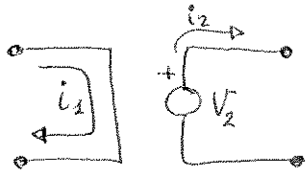
si dejamos en abierto:



$$V = i_g \cdot R_g$$

c) Generadores dependientes

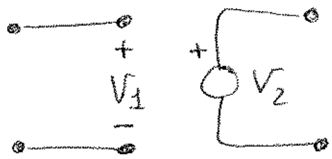
I) Generador de tensión controlado por corriente



$V_2 = r \cdot i_1$

r = transresistencia (Ω)

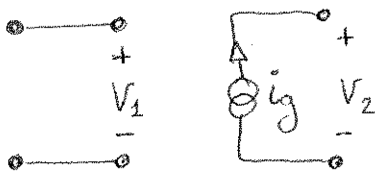
II) Generador de tensión controlado por tensión



$V_2 = \mu V_1$

μ = ganancia de tensión (adimensional)

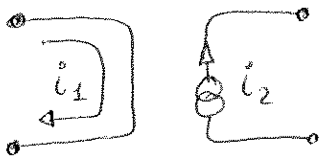
III) Generador de corriente controlado por tensión



$i_g = g V_1$

g = transconductancia (siemens)

IV) Generador de corriente controlado por corriente



$i_2 = \beta i_1$

β = ganancia de corriente (adimensional)

3. Leyes de Kirchhoff

a) Ley de los nudos

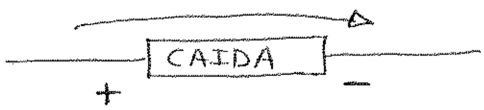
Nudo: punto de conexión donde se conectan 2 o más elementos

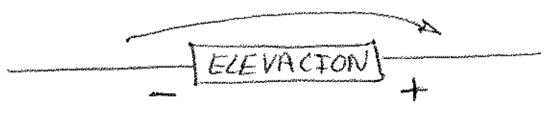
$$\sum i_{\substack{\text{entran}\\ \text{en un nudo}}} = \sum i_{\substack{\text{salen}\\ \text{en el nudo}}}$$

b) Ley de las mallas

Malla: recorrido cerrado a través de un circuito

$$\sum \begin{matrix}\text{elevaciones}\\ \text{de tensión}\\ \text{en la malla}\end{matrix} = \sum \begin{matrix}\text{caidas}\\ \text{de tensión}\\ \text{en la malla}\end{matrix}$$

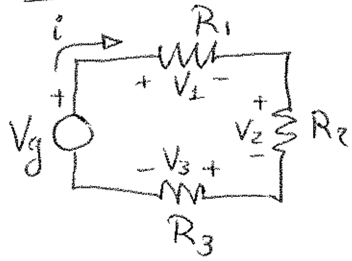




Tema 2: Análisis elemental de circuitos

1. Transformaciones elementales

a) Divisor de tensión



$V_1 = i R_1$

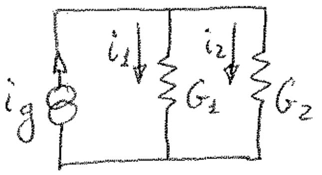
$V_2 = i R_2$

$V_3 = i R_3$

$$V_{R_i} = \frac{R_i}{\sum R_j} V_g$$

$$V_2 = \frac{R_2}{R_1+R_2+R_3} V_g$$

b) Divisor de corriente



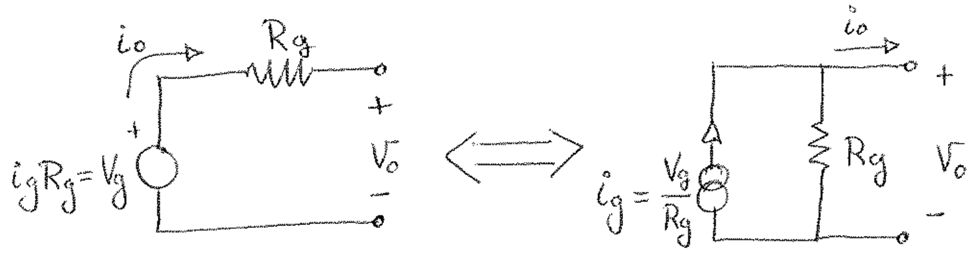
$i_g = i_1 + i_2$

$$i_{G_i} = \frac{G_i}{\sum G_j} i_g$$

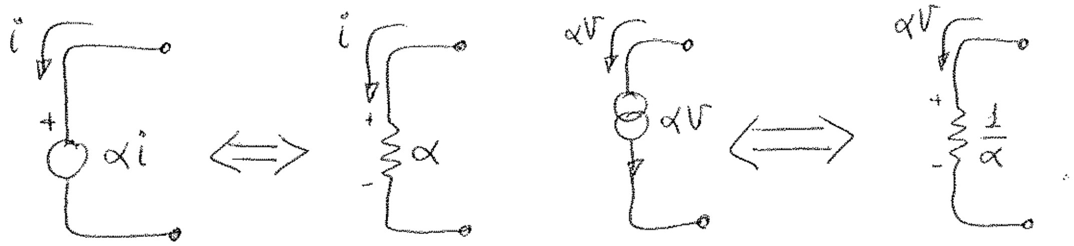
$$i_2 = \frac{G_2}{G_1+G_2} i_g$$

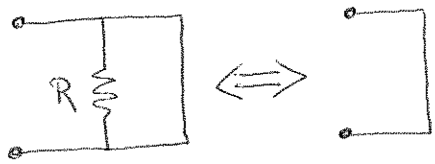
Ambos divisores son válidos para tantos componentes como queramos, siempre y cuando éstos estén conectados en la misma malla para el divisor de tensión o en el mismo nudo para el divisor de corriente.

2. Equivalencia de circuitos



Para que los dos circuitos sean equivalentes, es necesario que tanto i_o como V_o sean iguales en ambos circuitos, pues estas variables afectarán al circuito al que se conecte la equivalencia y no podemos cambiarlo.

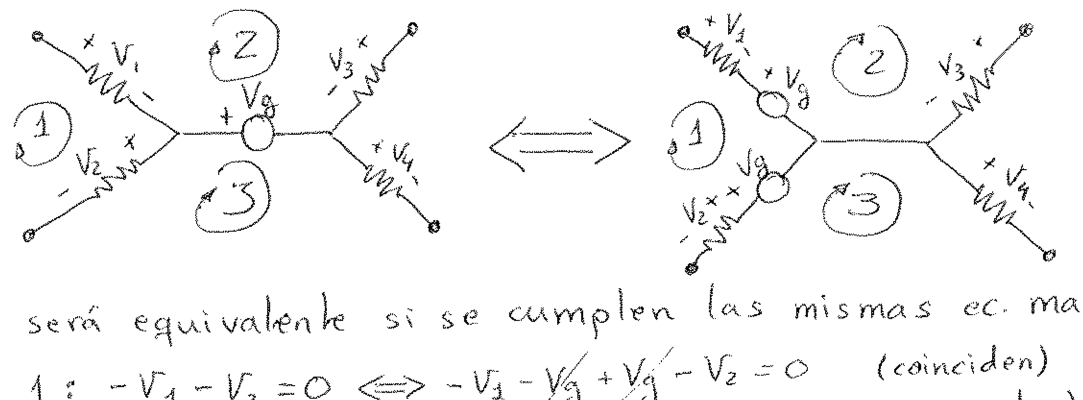




Los generadores de tensión y corriente ideales NO se pueden transformar, pues carecen de R_g ($R_g = 0$ y $R_g \to \infty$)

3. Movilidad de generadores

a) de tensión



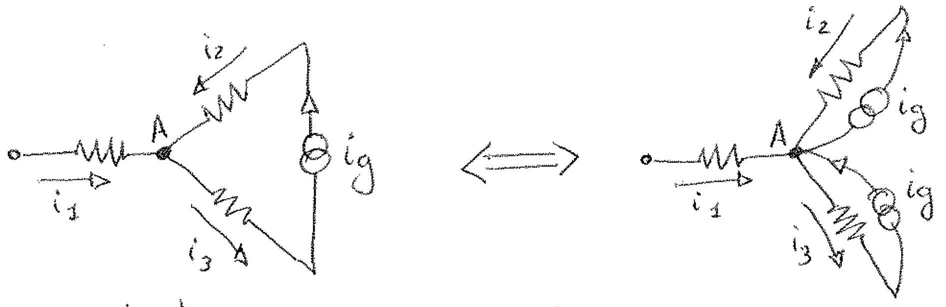
será equivalente si se cumplen las mismas ec. mallas:

$1: \; -V_1 - V_2 = 0 \iff -V_1 - \cancel{V_g} + \cancel{V_g} - V_2 = 0$ (coinciden)

$2: \; -V_3 + V_g + V_1 = 0 \iff -V_3 + V_g + V_1 = 0$ (coinciden)

$3: \; V_2 - V_g - V_4 = 0 \iff V_2 - V_g - V_4 = 0$ (coinciden)

b) de corriente

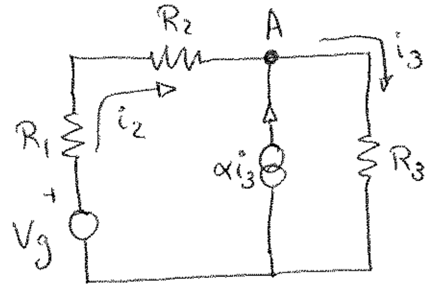


será equivalente si se cumplen las mismas ec. nudos:

nudo A: $i_1 + i_2 = i_3 \iff i_1 + i_2 + \cancel{i_g} = i_3 + \cancel{i_g}$ (coinciden)

4. Generadores dependientes

Se transforman igual que los independientes, pero antes de modificar nada, debemos tener una ecuación de la señal de control, pues, después de modificar, ésta puede cambiar.

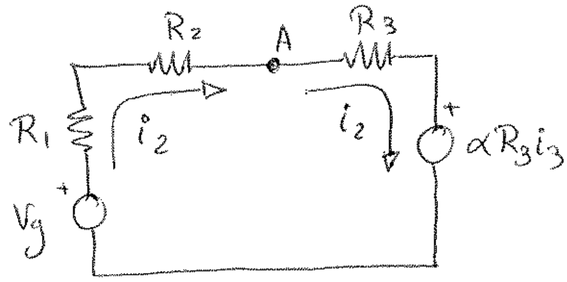


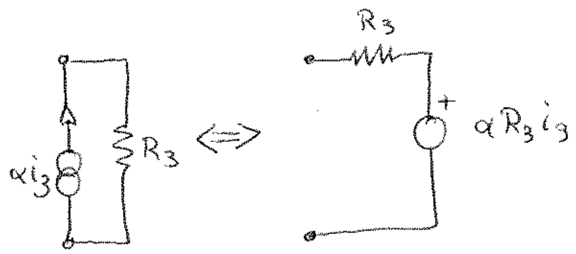
nudo A: $i_2 + \alpha i_3 = i_3 \Rightarrow i_3 = \frac{i_2}{1-\alpha}$

Ya tenemos la ecuación de la señal de control del gen. dependiente

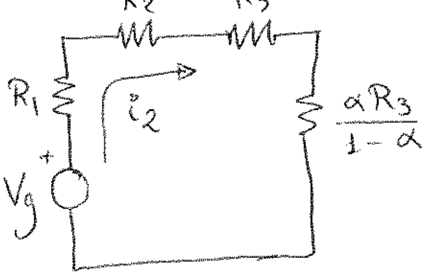
$$i_3 = \frac{i_2}{1-\alpha}$$

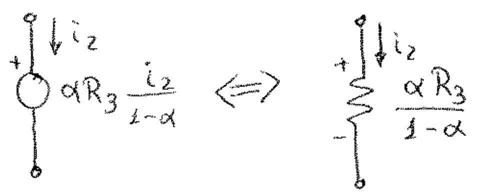
Ahora podemos modificar el circuito

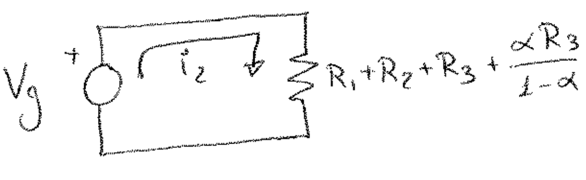




$$\alpha R_3 i_3 = \alpha R_3 \frac{i_2}{1-\alpha}$$







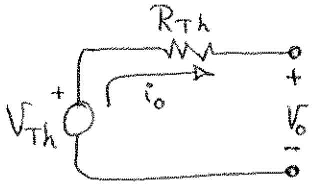
$$i_2 = \frac{V_g}{R_1 + R_2 + R_3 + \frac{\alpha R_3}{1-\alpha}}$$

5. Circuitos Thevenin y Norton

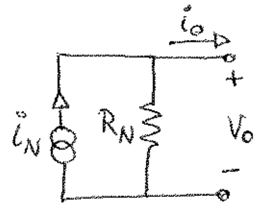
a) Definición

Todo circuito, por complicado que sea, se puede transformar en un circuito de Thevenin o de Norton

Equivalente de Thevenin



Equivalente de Norton



$$V_{Th} = R_{Th} \cdot i_N = R_N \cdot i_N \implies R_{Th} = R_N$$

b) Cálculo

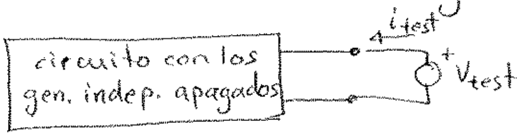
I) V_{Th} = tensión V_o en circuito abierto $(i=0)$

II) i_N = corriente i_o en cortocircuito $(V=0)$

III) ⓐ $R_{Th} = R_N = \dfrac{V_{Th}}{i_N}$

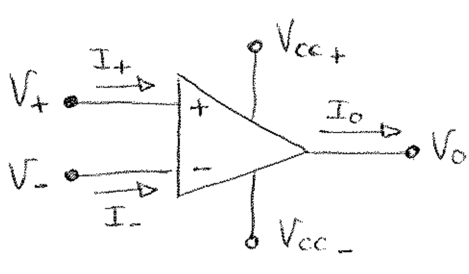
ⓑ Si no existen generadores dependientes, desconectamos los generadores independientes y calculamos la R_{eq} del circuito: $R_{Th} = R_N = R_{eq}$

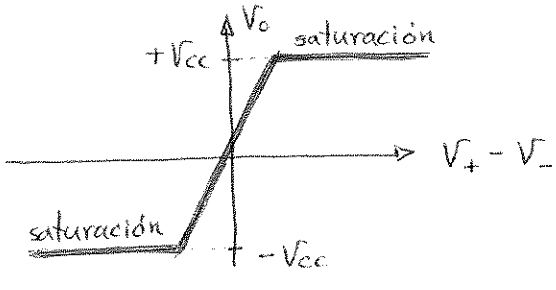
ⓒ Si existen generadores dependientes, conectaremos un generador de prueba:



$$R_{Th} = R_N = \frac{V_{test}}{i_{test}}$$

6. Circuitos con amplificador operacional





Amp. Op. ideal

$$I_+ = I_- = 0$$

$$V_+ = V_-$$

No es nada aconsejable usar la ley de los nudos de Kirchhoff en el nudo de salida, pues desconocemos I_o

Tema 3: Análisis en el dominio del tiempo

1. Circuitos de primer orden
2. Circuitos de segundo orden

1. Circuitos de primer orden

Circuitos con sólo una bobina o sólo un condensador.

a) Término independiente constante

$$\left.\begin{aligned} \tau \frac{df(t)}{dt} + f(t) &= CF = cte \\ f(t=0) &= CI \end{aligned}\right\} \quad f(t) = (CI - CF)\, e^{-\frac{t}{\tau}} + CF$$

b) Término independiente NO constante

$$\left.\begin{aligned} \tau \frac{df(t)}{dt} + f(t) &= g(t) \\ f(t=0) &= CI \end{aligned}\right\}$$

I) cálculo de la homogénea:

$$\tau \frac{df(t)}{dt} + f(t) = g(t) = 0 \Rightarrow f(t)_H = K \cdot e^{-t/\tau}$$

II) cálculo de la particular:

$$\left.\begin{aligned} &\text{si } g(t) = cte \Rightarrow f(t)_P = A \\ &\text{si } g(t) = at+b \Rightarrow f(t)_P = At+B \\ &\text{si } g(t) = e^{-at} \Rightarrow f(t)_P = Ae^{-at} \end{aligned}\right\}$$ introducimos $f(t)_P$ en la EDO completa y hallamos $A, B, \ldots$ identificando coeficientes

III) cálculo de la general:

$$f(t) = f(t)_H + f(t)_P$$

IV) cálculo de la constante de la homogénea:

Particularizamos $f(t=0) = CI$ para despejar K

2. Circuitos de segundo orden

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{d^2 f(t)}{dt^2} + 2\omega_0 \xi \dfrac{df(t)}{dt} + \omega_0^2 f(t) = g(t) \\ f(t=0) = CI_1 \\ \dfrac{df(t=0)}{dt} = CI_2 \end{array}\right\}$$

a) Cálculo de la homogénea:

$$r^2 + 2\omega_0 \xi r + \omega_0^2 = 0$$

si $\xi > 1$ (supercrítico) $\Rightarrow f_H(t) = K_1 e^{r_1 t} + K_2 e^{r_2 t}$

si $\xi = 1$ (crítico) $\Rightarrow f_H(t) = (K_1 + K_2 t)\, e^{-\omega_0 t}$

si $\xi < 1$ (subcrítico) $\Rightarrow f_H(t) = e^{\lambda t}(K_1 \cos(\theta t) + K_2 \operatorname{sen}(\theta t))$ $[r = \lambda \pm j\theta]$

b) Cálculo de la particular:

$$\left.\begin{array}{lll} \text{si } g(t) = at + b & \Rightarrow & f_P(t) = At + B \\ \text{si } g(t) = e^{-at} & \Rightarrow & f_P(t) = Ae^{-at} \\ \text{si } g(t) = A & \Rightarrow & f_P(t) = B \end{array}\right\}$$ introducimos $f_P(t)$ en la EDO completa y hallamos A, B, ... identificando coeficientes

c) Cálculo de la general:

$$f(t) = f_H(t) + f_P(t)$$

d) Cálculo de las constantes de la homogénea:

Particularizamos $f(t=0) = CI_1$ y $\dfrac{df(t=0)}{dt} = CI_2$ para hallar K_1, K_2

$$K_1 \cos(\theta t) + K_2 \operatorname{sen}(\theta t) = \sqrt{K_1^2 + K_2^2}\, \cos\left(\theta t - \operatorname{arctg}\left(\frac{K_2}{K_1}\right)\right)$$

Si hay variación de parámetros aplicaremos:

conservación de la carga: $C_1 V_{C1}(0^+) + C_2 V_{C2}(0^+) = C_1 V_{C1}(0^-) + C_2 V_{C2}(0^-)$

conservación del flujo magnético: $L_1 i_{L1}(0^+) + L_2 i_{L2}(0^+) = L_1 i_{L1}(0^-) + L_2 i_{L2}(0^-)$

Tema 4: Análisis de circuitos en Régimen Permanente Sinusoidal

1. Análisis mediante fasores e impedancias
2. Análisis sistemático de circuitos

1. Análisis mediante fasores e impedancias

a) Fasores

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j\,\text{sen}\,\theta \quad ; \quad \cos\theta = \text{Re}\left[e^{j\theta}\right]$$

$$V(t) = V_0 \cos(\omega t + \varphi) = V_0 \cdot \text{Re}\left[e^{j(\omega t+\varphi)}\right] =$$

$$= \text{Re}\left[V_0\, e^{j\varphi} e^{j\omega t}\right] = \text{Re}\left[V \cdot e^{j\omega t}\right]$$

$$V = V_0\, e^{j\varphi} \Longleftrightarrow V(t) = V_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

es útil saber que $\text{sen}\,\theta = \cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$

b) Impedancias

- Resistencia: $Z_R = R$
- Condensador: $Z_C = \dfrac{1}{j\omega C}$
- Bobina: $Z_L = j\omega L$

La impendancia se designa con la letra Z

La admitancia se designa con la letra Y

$$Y = \frac{1}{Z}$$

La asociación de impedancias se realiza de forma idéntica a la asociación de resistencias.

2. Análisis sistemático de circuitos

a) Técnica de análisis

si sólo tenemos un generador, o todos tienen la misma ω:

I) definimos los fasores de cada generador
II) definimos las impedancias de cada elemento
III) resolvemos y hallamos la señal en el tiempo

si tenemos generadores con distinta pulsación:

I) definimos fasores e impedancias
II) desconectamos todos los generadores excepto los que tengan $\omega = \omega_1$
III) se resuelve en fasores y se pasa la señal al tiempo
IV) se repite II y III con $\omega_2, \omega_3, \omega_4 \dots$
V) se suman todas las señales en el dominio del tiempo

b) Análisis por nudos

En un circuito con B elementos y N nudos tendremos N-1 ecuaciones de nudo independientes

$$V_i \sum Y_{\substack{\text{conectadas}\\ \text{al nudo } i}} - \sum V_j Y_{\substack{\text{conectadas}\\ \text{entre } i \text{ y } j}} = \sum \substack{\text{generadores}\\ \text{que entran en } i}$$

c) Análisis por mallas

En un circuito con B elementos y N nudos tendremos B-N+1 ecuaciones de malla independientes

$$I_n \sum Z_{\substack{\text{conectadas}\\ \text{a la malla } n}} - \sum I_m Z_{\substack{\text{comunes}\\ \text{a } m \text{ y } n}} = \sum \substack{\text{subidas}\\ \text{de tensión}}$$