

TEMA 1: INTRODUCCIÓN A LOS SISTEMAS DE COMUNICACIONES

- **Estructura básica de un sistema de comunicaciones:**

- a) Fuente de información: Analógica o digital.
- b) Transmisor: Transmisión en banda base (emisión en la banda original) o con modulación (banda desplazada a una frecuencia mayor).
- c) Canal: Si es ideal, sólo hay retardo y atenuación:

$$x_{RX}(t) = x_{TX}(t) * h_c(t) = x_{TX}(t) * k \cdot \delta(t - t_0) = k \cdot x_{TX}(t - t_0), \quad k < 1,$$

donde $h_c(t)$ es la función de transferencia, k es el factor de atenuación, y t_0 es el tiempo de retardo.

- d) Receptor: Recuperación de la información original aplicando los procesos inversos utilizados para la emisión, y filtrando la señal para eliminar el ruido, perturbaciones...

- **Compartición del canal. Multiplexación de la información:**

- a) FDMA: Multiplex por división de frecuencia (diferentes frecuencias de emisión).
- b) TDMA: Multiplex por división en el tiempo (utilización del canal por turnos). Sólo para sistemas digitales.

- **Parámetros de calidad:**

- a) Sistemas analógicos: Cociente entre las potencias de la señal y las perturbaciones.

Si sólo hay ruido: $\frac{S}{N} = \text{SNR}$

Si también hay distorsión e interferencias: $\frac{S}{N + D + I} = \text{SINAD}$

- b) Sistemas digitales: Probabilidad de error ($P_e = \text{símbolos erróneos} / \text{símbolos emitidos}$).

- **Recursos de un sistema de comunicaciones:**

- a) Ancho de banda: Limita la cantidad de información a transmitir. En los sistemas analógicos define la máxima velocidad de cambio de la señal para el grado permitido de distorsión, y en los digitales limita la cantidad de símbolos enviados por segundo.
- b) Potencia: A mayor potencia transmitida, mayor S/N y menor P_e , pero también mayor consumo, precio e interferencias sobre otros sistemas de comunicación.

TEMA 2: SEÑALES, RUIDO, DISTORSIÓN

• Caracterización de las señales:

a) Unidades logarítmicas: Son unidades relativas, y comparan potencias.

$$G(\text{dB}) = 10 \cdot \log \frac{P_2}{P_1} = 10 \cdot \log \frac{V_2^2}{V_1^2} = 20 \cdot \log \frac{V_2}{V_1} \quad (\text{Ganancia del amplificador})$$

* **dBm**: Relación en dB, cuando la potencia de referencia es 1 mW.

* **dBw**: Relación en dB, cuando la potencia de referencia es 1 W.

b) Parámetros energéticos:

$$\text{Valor medio: } x_{DC} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt$$

$$\text{Energía: } E = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt$$

$$\text{Potencia media: } P_m = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t) dt$$

$$\text{Valor cuadrático medio (rms) y valor eficaz: } P_{AC} = P_m - P_{DC} = x_{eff}^2 = x_{rms}^2 - x_{DC}^2$$

$$\text{Densidad espectral de energía: } G_x(f) = |X(f)|^2, \quad E_{f_1, f_2} = 2 \int_{f_1}^{f_2} G_x(f) df$$

$$\text{Densidad espectral de potencia: } S_x(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} |X_T(f)|^2, \quad P_{f_1, f_2} = 2 \int_{f_1}^{f_2} S_x(f) df$$

• Caracterización del ruido: $(n(t), \text{proceso estocástico estacionario y ergódico})$

a) Parámetros:

$$\text{Valor medio: } n_{DC} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} n(t) dt = \bar{n} = E[n]$$

$$\text{Potencia media: } P_N = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t) dt = E[n^2]$$

$$\text{Valor cuadrático medio (rms): } n_{rms}^2 = E[n^2]$$

$$\text{Varianza: } P_{AC} = P_N - P_{DC} = \sigma_n^2 = E[(n - \bar{n})^2] = E[n^2] - \bar{n}^2 = n_{eff}^2$$

$$\text{Densidad espectral de potencia: } S_x(f) = TF[R_{nn}(\tau)] = \int_{-\infty}^{\infty} R_{nn}(\tau) \cdot e^{-j2\pi f\tau} dt,$$

donde $R_{nn}(\tau) = E[n(t) \cdot n(t + \tau)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} n(t) \cdot n(t + \tau) dt$ es la función de autocorrelación.

NOTA: En sistemas LTI, $S_y(f) = S_x(f) \cdot |H(f)|^2$.

b) Ruido gaussiano:

$$f_N(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \cdot e^{\frac{-n^2}{2\sigma^2}}, \text{ donde } \sigma^2 \text{ es la varianza del ruido.}$$

c) Ruido blanco:

$$S_N(f) = \frac{\eta}{2} \Leftrightarrow R_N(\tau) = \frac{\eta}{2} \cdot \delta(\tau), \text{ donde } \eta \text{ es la densidad espectral de potencia del ruido.}$$

d) Ancho de banda equivalente: (filtro ideal con igual potencia que el filtro real)

$$\left. \begin{aligned} P_N &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\eta}{2} |H(f)|^2 df = \eta \int_0^{\infty} |H(f)|^2 df \\ P_N &= \frac{\eta}{2} \cdot 2 \cdot B_N \cdot |H_0|^2 = \eta \cdot B_N \cdot |H_0|^2 \end{aligned} \right\} B_{EQ} = \frac{1}{|H_0|^2} \int_0^{\infty} |H(f)|^2 df$$

e) Fuentes de ruido: Externas (origen exterior) o internas (debidas a los componentes del sistema). El **ruido térmico** (interno; siempre existe) es gaussiano y blanco: $P_N = \eta \cdot B$.

f) Sensibilidad de un receptor: La potencia de ruido a la salida es $N_o = N_i \cdot G + N_{int}$, con $N_i = \eta \cdot B$, N_{int} el ruido interno y G la ganancia del receptor.

Sensibilidad: Mínima potencia de señal a la entrada para un funcionamiento correcto:

$$S_{min} = \frac{S_0}{N_0} \cdot \frac{N_0}{G} = \frac{SNR_0 \cdot (N_i \cdot G + N_{int})}{G} \implies S_{min} |_{N_{int}=0} = SNR_0 \cdot N_i$$

• **Señales paso-banda:** ($x(t) = r(t) \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi(t))$)

Señales con su energía (o potencia) concentrada en torno a una frecuencia f_0 (banda estrecha).

a) Envolvente compleja: Señal compleja, paso bajo, por la variación lenta de $r(t)$ y $\varphi(t)$, que contienen toda la información, con lo que se puede recuperar la señal real: $x(t) = \Re[\bar{x}(t) \cdot e^{j\omega_0 t}]$.

$$\bar{x}(t) = r(t) \cdot e^{j\varphi(t)} = x_F(t) + j x_C(t) = x_F(t) \cdot \cos(\omega_0 t) - x_C(t) \cdot \sen(\omega_0 t)$$

donde $x_F(t), x_C(t) \equiv$ componentes en fase y en cuadratura.

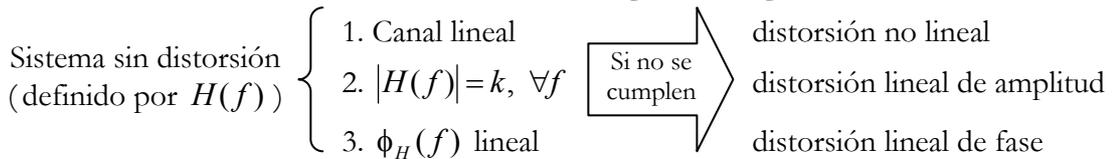
* Propiedad de potencia: $P_{\bar{x}} = 2P_x$ (envolvente compleja con doble potencia que la señal)

b) Ruido gaussiano de banda estrecha: $P_N = \sigma^2 = \frac{1}{2} P_{n_F} + \frac{1}{2} P_{n_C}, \quad P_{n_F} = P_{n_C} = \sigma^2$

$$(r(t) \rightarrow \text{Rayleigh}, \quad \varphi(t) \rightarrow U[0, 2\pi]) \quad P_{\bar{N}} = E[\bar{n}^2] = E[n_F^2] + E[n_C^2] = 2\sigma^2 = 2P_N$$

• **Distorsión:** (Perturbación debida a la propia señal y al canal)

a) Distorsión lineal: De los elementos lineales, indep. de la amplitud de la señal.



Canal paso-bajo: $|H(f)| \approx H_0, \quad \phi_H(f) = -m \cdot f$

$$Y(f) = X(f) \cdot H_0 \cdot e^{-jmf} = X(f) \cdot H_0 \cdot e^{-j2\pi f t_0} \Leftrightarrow y(t) = H_0 \cdot x(t - t_0), \quad t_0 = \frac{m}{2\pi}$$

★ Parámetros característicos: H_0 (atenuación del canal), t_0 (retardo del canal).

Canal paso-banda: $|H(f)| \approx H_0, \quad \phi_H(f) = \phi_H(f_0) - m \cdot (f - f_0)$

$$\bar{Y}(f) = \bar{X}(f) \cdot H_{eq} = \bar{X}(f) \cdot H_0 \cdot e^{j(\phi_0 - 2\pi f t_g)} \Leftrightarrow \bar{y}(t) = H_0 \cdot e^{j\phi_0} \cdot \bar{x}(t - t_g) = H_0 \cdot e^{j\phi_0} \cdot r(t - t_g) \cdot e^{j\varphi(t - t_g)}$$

$$\Rightarrow y(t) = \Re[e^{j\phi_0} \bar{y}(t) \cdot e^{-j(\phi_0 - 2\pi f t_g)}] = H_0 \cdot r(t - t_g) \cdot \cos(2\pi f_0 t + \varphi(t - t_g) + \phi_0)$$

$$y(t) = H_0 \cdot r(t - t_g) \cdot \cos(2\pi f_0(t - t_p) + \varphi(t - t_g)), \quad t_g = \frac{-1}{2\pi} \frac{d\phi_H}{df} \Big|_{f_0} = \frac{m}{2\pi}, \quad t_p = \frac{-1}{2\pi} \frac{\phi_0}{f_0}$$

★ Parámetros característicos: H_0 (atenuación), t_p, t_g (retardos de portadora y grupo).

b) Distorsión no lineal: De los elementos activos en zona no lineal.

TEMA 3: TRANSMISIÓN ANALÓGICA

• Consideraciones generales:

a) Transmisión analógica en banda base:

Condiciones para un funcionamiento correcto:

1.- Baja distorsión (limitación de la longitud del cable).

2.- Relación señal / ruido mínima a su salida (en función de la atenuación de la línea de transmisión, el ruido del sistema, y la adecuada potencia de señal).

b) Modulación: (Traslado de la información a bandas de frecuencia más altas)

La finalidad es la adaptación a las necesidades del canal, o la compartición del canal con otros usuarios (FDMA). Para modular se utilizan sinusoides (portadoras), que son autofunciones de los sistemas lineales (transmisión sin distorsión en su forma).

• Modulaciones lineales: (conservan en buena medida la forma del espectro)

$$x(t) \rightarrow y(t) = x_I(t) \cdot \cos(\omega_0 t) - x_Q(t) \cdot \sin(\omega_0 t)$$

a) Modulación DBL (doble banda lateral):

$$y(t) = A_c \cdot x(t) \cdot \cos(\omega_0 t)$$

Demodulación (coherente): Producto por la portadora + filtro P.B.

$$y_R(t) = y(t) \cdot \cos(\omega_0 t) = A_c \cdot x(t) \cdot \cos^2(\omega_0 t) = \frac{A_c}{2} \cdot x(t) + \frac{A_c}{2} \cdot x(t) \cdot \cos(2\omega_0 t)$$

$$x_R(t) = y_R(t) * h_{PB}(t) = \frac{A_c}{2} \cdot x(t)$$

Eficiencia:

$$E_e = \frac{B_{señal}}{B_{total}} \cdot 100 = \frac{W}{2W} \cdot 100 = 50\% \quad (\text{eficiencia espectral})$$

$$E_p = \frac{P_{señal}}{P_{total}} \cdot 100 = 100\% \quad (\text{eficiencia de potencia})$$

b) Modulación AM (de amplitud): (señal DBL más la portadora)

$$y(t) = [A_c + A_m \cdot x(t)] \cdot \cos(\omega_0 t); \quad A_c + A_m \cdot x(t) > 0, \quad \forall t$$

$$y(t) = A_c [1 + m \cdot x_N(t)] \cdot \cos(\omega_0 t), \quad x_N(t) = \frac{x(t)}{x_{m\acute{a}x}}; \quad m = \frac{A_m}{A_c} |x_{m\acute{a}x}| \quad (\text{índice de modul.})$$

Demodulación (no coherente): Sin necesidad de la señal portadora.

Con un detector de envolvente (rectificador).

Con un elemento no lineal + filtro P.B. + anulación de la continua.

Eficiencia:

$$E_e = \frac{B_{señal}}{B_{total}} \cdot 100 = \frac{W}{2W} \cdot 100 = 50\%$$

$$E_p = \frac{P_{señal}}{P_{total}} \cdot 100 = \frac{P_{señal}}{P_c + P_{señal}} \cdot 100 = \frac{m^2 \cdot \langle x_N^2(t) \rangle}{1 + m^2 \cdot \langle x_N^2(t) \rangle} (\%) < 100\%$$

$$* \text{ Caso mejor: } m = 1 (100\%), \langle x_N^2(t) \rangle = 1 \Rightarrow E_{p_{m\acute{a}x}} = \frac{1}{1+1} = 50\%$$

c) Modulación BLU (banda lateral única):

Generación por filtrado: Señal modulada en DBL + filtro, con lo que se obtiene BLS o BLI. Sólo aplicable si carecen de importancia o son nulas las frecuencias próximas a la portadora.

Generación por cambio de fase:

$$x(t) = A_m \cdot \cos(\omega_m t); \quad \hat{x}(t) = A_m \cdot \text{sen}(\omega_m t) = TH[x(t)]$$

* Transformada de Hilbert (TH): $H(f) = -j \cdot \text{sign}(f)$ (Desfasador de -90°)

$$\left. \begin{aligned} y_1(t) &= x(t) \cdot \cos(\omega_0 t) = \frac{A_m}{2} [\cos(\omega_0 + \omega_m)t + \cos(\omega_0 - \omega_m)t] \\ y_2(t) &= \hat{x}(t) \cdot \text{sen}(\omega_0 t) = \frac{A_m}{2} [\cos(\omega_0 - \omega_m)t - \cos(\omega_0 + \omega_m)t] \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y_S(t) = y_1(t) - y_2(t) = x(t) \cdot \cos(\omega_0 t) - \hat{x}(t) \cdot \text{sen}(\omega_0 t) & [\text{BLS}] \\ y_I(t) = y_1(t) + y_2(t) = x(t) \cdot \cos(\omega_0 t) + \hat{x}(t) \cdot \text{sen}(\omega_0 t) & [\text{BLI}] \end{cases}$$

Expresión general de una BLU: $y(t) = A_c [x(t) \cdot \cos(\omega_0 t) \mp TF[x(t)] \cdot \text{sen}(\omega_0 t)]$

Demodulación (coherente):

$$z(t) = y(t) \cdot \cos(\omega_0 t) = A_c \cdot [x(t) \cdot \cos^2(\omega_0 t) \mp \hat{x}(t) \cdot \text{sen}(\omega_0 t) \cdot \cos(\omega_0 t)]$$

$$z(t) = \frac{A_c}{2} \cdot x(t) + \frac{A_c}{2} \cdot x(t) \cdot \cos(2\omega_0 t) \mp \frac{A_c}{2} \cdot \hat{x}(t) \cdot \text{sen}(2\omega_0 t)$$

Con un filtro P.B.: $x_R(t) = \frac{A_c}{2} \cdot x(t)$

Eficiencia: $E_e = E_p = 100\%$

★ BLU Compatible (**BLUC**): Envío de la portadora con la señal (baja la E_p).

★ Banda Lateral Vestigial (**BLV**): Para señales con información importante en frecuencias bajas, se filtra la señal modulada, manteniendo parte de la banda eliminada.

d) **Modulación QAM**: (utilizando las componentes en fase y en cuadratura de la señal)

$$y(t) = x_1(t) \cdot \cos(\omega_0 t) + x_2(t) \cdot \text{sen}(\omega_0 t), \quad x_1(t) \text{ y } x_2(t) \text{ independientes.}$$

Demodulación (coherente): $\left. \begin{aligned} x_1(t) &\rightarrow y(t) \cdot \cos(\omega_0 t) \\ x_2(t) &\rightarrow y(t) \cdot \text{sen}(\omega_0 t) \end{aligned} \right\} + \text{ filtro P.B.}$

NOTA: Para la demodulación, la portadora de reinscripción puede diferir de la original en una fase constante en DBL, y debe ser exactamente la misma en BLU.

• Modulaciones angulares: (Información, $x(t)$, en $\varphi(t) \rightarrow A_c$ cte.)

$$x(t) \rightarrow y(t) = A_c \cos(\omega_0 t + \varphi(t)) = A_c \cos \theta(t)$$

★ Frecuencia instantánea:

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta(t)}{dt} = f_0 + \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(t)}{dt} = f_0 + f_d(t); \quad f_d(t) \equiv \text{desviación de frecuencia.}$$

★ Ventajas de las modulaciones angulares: (envolvente constante)

- ✓ Transmisores en saturación (no lineal) \Rightarrow ↓ efectos por distorsión no lineal, ↑ P_{SAL}
- ✓ No afecta la atenuación debido a que no importa la amplitud.

a) **Modulación de fase (PM) y frecuencia (FM)**:

PM: $\varphi(t) = K_P \cdot x(t) = K_P \cdot x_{m\acute{a}x} \cdot x_N(t) = \beta \cdot x_N(t)$; $\beta \equiv$ índice de mod. o máx. desviación de fase.
 $y_P(t) = A_c \cdot \cos(\omega_0 t + K_P \cdot x(t)) = A_c \cdot \cos(\omega_0 t + \beta \cdot x_N(t))$

FM: $f_d(t) = K_F \cdot x(t) = K_F \cdot x_{m\acute{a}x} \cdot x_N(t) = f_D \cdot x_N(t)$; $f_D \equiv$ máx. desviación de frecuencia.
 $y_F(t) = A_c \cdot \cos(\omega_0 t + 2\pi K_F \int_0^t x_N(\alpha) d\alpha) = A_c \cdot \cos(\omega_0 t + 2\pi \cdot f_D \cdot y_N(t))$

b) Modulación angular de banda estrecha:

$$\bar{y}(t) = A_c \cdot e^{j\varphi(t)} \approx A_c (1 + j\varphi(t))$$

$$y(t) = \Re[y(t) \cdot e^{j\omega_0 t}] = A_c \cdot \cos(\omega_0 t) - A_c \cdot \varphi(t) \cdot \text{sen}(\omega_0 t) \quad [\text{Portadora y señal DBL}]$$

$$E_e = 50\% \text{ y } E_p \downarrow\downarrow$$

* Generación con el “modulador de Armstrong”.

c) Cálculo del espectro:

Señal sinusoidal:

$$\text{PM: } x(t) = A_m \cdot \text{sen}(\omega_m t) \rightarrow \varphi(t) = K_P \cdot A_m \cdot \text{sen}(\omega_m t) = \beta \cdot \text{sen}(\omega_m t)$$

$$\text{FM: } x(t) = A_m \cdot \cos(\omega_m t) \rightarrow \varphi(t) = 2\pi K_F \cdot \int_0^t A_m \cdot \cos(\omega_m \alpha) d\alpha = 2\pi f_D \cdot \int_0^t \cos(\omega_m \alpha) d\alpha = \\ = \beta \cdot \text{sen}(\omega_m t), \quad \beta \equiv f_D / f_m$$

$$\text{Expresión general: } y(t) = A_c \cdot \cos(\omega_0 t + \beta \cdot \text{sen}(\omega_m t)) \rightarrow \bar{y}(t) = A_c \cdot e^{j\beta \cdot \text{sen}(\omega_m t)}$$

$$\text{D.S.F.: } \bar{y}(t) = A_c \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \cdot e^{jn\omega_m t}, \quad a_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} e^{j\beta \cdot \text{sen}(\omega_m t)} \cdot e^{-jn\omega_m t} dt \stackrel{s=\omega_m t}{=} \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-j(ns - \beta \cdot \text{sen } s)} ds = J_n(\beta)$$

$$\bar{y}(t) = A_c \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \cdot e^{jn\omega_m t} \leftrightarrow \bar{Y}(f) = A_c \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \cdot \delta(f - nf_m)$$

$$Y(f) = \frac{A_c}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \cdot (\delta(f - nf_m - f_0) + \delta(f + nf_m + f_0)) \rightarrow B_T = \infty \text{ (tórico)}$$

* Si $\beta \downarrow \Rightarrow B_T = 2f_m$ (Banda estrecha) [Sólo significativos $n = 0$ y $n = 1$]

Señal arbitraria:

$$\text{Regla de Carson: } B_T \approx \begin{cases} 2(D+1)W & \text{(FM), } D = f_D / W \equiv \text{Relación de desviación.} \\ 2(\beta+1)W & \text{(PM)} \end{cases}$$

d) Generación:

Circuitos especiales.

Conversión banda estrecha – banda ancha:

✓ Osciladores controlados por tensión (VCOs): Variación de la frecuencia con un elemento reactivo \rightarrow Desfasador variable controlado por tensión. [PM]

✓ Multiplicadores de frecuencia: $\cos(\omega_0 t + \theta(t)) \rightarrow \cos(N\omega_0 t + n\theta(t))$

e) Demodulación:

FM: (Discriminador)

$$\text{Si se pasa un filtro: } h(t) = \frac{d}{dt} \leftrightarrow H(f) = j\omega \text{ (lineal con f)}$$

$$y(t) = A_c \text{sen}(\omega_0 t + 2\pi K_F \int_0^t x_N(\alpha) d\alpha)$$

$$\rightarrow y'(t) = A_c (\omega_0 + 2\pi K_F x(t)) \cos(\omega_0 t + 2\pi K_F \int_0^t x_N(\alpha) d\alpha)$$

La envolvente es: $r(t) = A_c \omega_0 + 2\pi A_c K_F x(t) \rightarrow$ + detector de envolvente y sin DC:

$$x_R(t) = 2\pi A_c K_F x(t) = K \cdot x(t)$$

PM:

Coherente \rightarrow Detector de fase: Multiplicador + filtro P.B.

$$z(t) = \text{sen}(\omega_0 t + \varphi(t)) \cdot \cos(\omega_0 t) = \frac{1}{2} [\text{sen}\varphi(t) + \text{sen}(2\omega_0 t + \varphi(t))]$$

Con el filtro P.B.: $x_R(t) = K \cdot \text{sen}\varphi(t) \approx \varphi(t)$

• **Análisis de los sistemas de transmisión analógicos en canales ruidosos:**

a) Modulaciones lineales:

★ DBL:

$$y_R(t) = y(t) + n(t) = A_c \cdot x(t) \cdot \cos(\omega_0 t) + n_I(t) \cdot \cos(\omega_0 t) - n_Q(t) \cdot \sin(\omega_0 t)$$

$$(SNR)_{pred} = \frac{P_R}{N} = \frac{A_c^2 \langle x^2(t) \rangle}{4\eta W} = \frac{z}{2}$$

$$y_1(t) = y_R(t) \cdot 2\cos(\omega_0 t) = A_c \cdot x(t) (1 + \cos(2\omega_0 t)) + n_I(t) (1 + \cos(2\omega_0 t)) - n_Q(t) \cdot \sin(2\omega_0 t)$$

Con filtro P.B.: $x_R(t) = A_c \cdot x(t) + n_I(t)$

$$(SNR)_{postd} = \frac{A_c^2 \langle x^2(t) \rangle}{2\eta W} = \frac{P_R}{\eta W} = z$$

$$G_{DEM} = \frac{(SNR)_{postd}}{(SNR)_{pred}} = 2 \equiv \text{Ganancia de demodulación.}$$

★ BLU:

$$y_R(t) = A_c (x(t) \cdot \cos(\omega_0 t) \mp \hat{x}(t) \cdot \sin(\omega_0 t)) + n_I(t) \cdot \cos(\omega_0 t) - n_Q(t) \cdot \sin(\omega_0 t)$$

$$(SNR)_{pred} = \frac{A_c^2 \langle x^2(t) \rangle}{\eta W} = z$$

$y_1(t)$ + filtro P.B.: $x_R(t) = A_c \cdot x(t) + n_I(t)$

$$(SNR)_{postd} = \frac{A_c^2 \langle x^2(t) \rangle}{\eta W} = z \Rightarrow G_{DEM} = 1$$

★ AM con detección coherente:

$$y_R(t) = A_c (1 + m x_N(t)) \cdot \cos(\omega_0 t) + n_I(t) \cdot \cos(\omega_0 t) - n_Q(t) \cdot \sin(\omega_0 t)$$

$$(SNR)_{pred} = \frac{A_c^2 (1 + m^2 \langle x_N^2(t) \rangle)}{4\eta W} = \frac{z}{2}$$

$y_1(t)$ + filtro P.B.: $x_{R_1}(t) = A_c (1 + m x_N(t)) + n_I(t) \xrightarrow{-DC} x_R(t) = A_c m x_N(t) + n_I(t)$

$$G_{DEM} = 2 \frac{m^2 \langle x_N^2(t) \rangle}{1 + m^2 \langle x_N^2(t) \rangle} = 2E_P \Rightarrow (SNR)_{postd} = \frac{A_c^2 m^2 \langle x_N^2(t) \rangle}{2\eta W} = E_P \cdot z$$

✓ $E_P < 50\% \Rightarrow G_{DEM} < 1 \Rightarrow$ Pérdidas.

★ AM con detección de envolvente:

La envolvente de $y_R(t)$ es: $r(t) = \sqrt{[A_c(1 + m x_N(t)) + n_I(t)]^2 + n_Q^2(t)}$

✓ $(SNR)_{pred} \gg 1$: $r(t) \approx A_c(1 + m x_N(t)) + n_I(t) \xrightarrow{-DC} x_R(t) = A_c m x_N(t) + n_I(t)$

$x_R(t)$ igual con detección de envolvente y con detección coherente.

✓ $(SNR)_{pred} \ll 1$: $r(t) \approx r_n(t) + A_c(1 + m x_N(t)) \cdot \cos \phi_n(t)$

El ruido no suma, sino que multiplica, por lo que se degenera completamente la

señal recibida (**efecto umbral**): $(SNR)_{postd} = -\infty$

b) Modulaciones angulares:

★ Demodulación angular en presencia de ruido:

$$y(t) = A_c \cos(\omega_0 t + \phi(t)) \rightarrow y_R(t) = A_c \cos(\omega_0 t + \phi(t)) + n_I(t) \cos(\omega_0 t) - n_Q(t) \sin(\omega_0 t)$$

$$\bar{y}_R(t) = A_c \cdot e^{j\phi} + n_I(t) + j n_Q(t) = A_c \cdot e^{j\phi} + r_n(t) e^{j\phi_n} = A_R \cdot e^{j\phi_R}$$

$$\phi_R = \arctg \frac{A_c \sin \phi + r_n \sin \phi_n}{A_c \cos \phi + r_n \cos \phi_n} = \phi(t) + \phi_e(t), \quad \phi_e(t) \equiv \text{Componente de error.}$$

$$tg \phi_e = tg(\phi_R - \phi) = \frac{tg \phi_R + tg \phi}{1 + tg \phi_R + tg \phi} = \frac{r_n \text{sen}(\phi_n - \phi)}{A_c + r_n \cos(\phi_n - \phi)}$$

$$(SNR)_{pred} = \frac{A_c^2 / 2}{\eta B_R} = \frac{A_c^2 / 2}{\eta W} \frac{W}{B_R} = z \frac{W}{B_R}, \quad B_R \equiv \text{Ancho de banda mínimo para recuperar.}$$

$$\checkmark (SNR)_{pred} \gg 1: \quad (A_c \gg r_n(t))$$

$$tg \phi_e = \frac{r_n}{A_c} \text{sen}(\phi_n - \phi) \approx \phi_e \Rightarrow \phi_R(t) = \phi(t) + \frac{r_n}{A_c} \text{sen}(\phi_n - \phi)$$

$$\checkmark (SNR)_{pred} \ll 1: \quad (A_c \ll r_n(t))$$

$$r_n \leftrightarrow A_c, \quad \phi_n \leftrightarrow \phi \Rightarrow \phi_R(t) = \phi_n(t) + \frac{A_c}{r_n} \text{sen}(\phi - \phi_n)$$

Señal recibida multiplicada y mezclada con ruido (**efecto umbral**): $(SNR)_{postd} = -\infty$

PM:

$$x_R(t) = K_D \phi_R = K_D \beta x_N(t) + K_D \frac{r_n}{A_c} \text{sen}(\phi_n - \phi) = K_D \beta x_N(t) + n_P(t)$$

$$S_{PM} = K_D^2 \beta^2 < x_N^2(t) >; \quad S_{n_{PM}} = \frac{K_D^2}{A_c^2} \eta, \quad |f| < \frac{B_R}{2}$$

$$n_{PM}(t) = K_D \frac{r_n}{A_c} \text{sen} \phi_n = \frac{K_D}{A_c} n_Q(t)$$

$$N_{PM} = \int S_{n_{PM}} df = \int \frac{K_D^2}{A_c^2} S_{n_Q} df = \frac{K_D^2}{A_c^2} \int_{-W}^W \eta df = 2 \frac{K_D^2}{A_c^2} \eta W$$

$$(SNR)_{postd_{PM}} = \frac{K_D^2 \beta^2 < x_N^2(t) >}{\frac{K_D^2}{A_c^2} 2 \eta W} = \frac{A_c^2}{2 \eta W} \beta^2 < x_N^2(t) > = \beta^2 < x_N^2(t) > z$$

FM:

$$x_R(t) = \frac{K_D}{2\pi} \frac{d\phi_R(t)}{dt} = K_D f_D x_N(t) + \frac{K_D}{2\pi} \frac{d}{dt} \left(\frac{r_n}{A_c} \text{sen}(\phi_n - \phi) \right) = K_D f_D x_N(t) + n_F(t)$$

$$S_{FM} = K_D^2 f_D^2 < x_N^2(t) >; \quad S_{n_{FM}} = \eta \frac{K_D^2}{A_c^2} f^2, \quad |f| < \frac{B_R}{2}$$

$$n_{FM}(t) = \frac{K_D}{2\pi A_c} \frac{d}{dt} (n_Q(t)) \rightarrow N_{FM} = \frac{K_D^2}{4\pi^2 A_c^2} \int_{-W}^W |(j\omega)^2 \eta| df = \frac{2}{3} \frac{K_D^2}{A_c^2} \eta W^3$$

$$(SNR)_{postd_{FM}} = \frac{K_D^2 f_D^2 < x_N^2(t) >}{\frac{2}{3} \frac{K_D^2}{A_c^2} \eta W^3} = 3 \frac{A_c^2 / 2}{\eta W} \frac{f_D^2}{W^2} < x_N^2(t) > = 3 D^2 < x_N^2(t) > z$$

Teóricamente, D puede ser muy grande, con lo que el SNR puede ser muy alto, mejorando respecto al caso de banda base; sin embargo, también B_R sería muy grande, por lo que el $(SNR)_{pred}$ disminuiría, en oposición a la hipótesis $(SNR)_{pred} \gg 1$ (**efecto umbral**).

★ Preénfasis y deénfasis: (para mejorar SNR)

Se elimina gran parte del ruido amplificando las frec. altas en el transmisor (preénfasis –filtro RC–), y atenuándolas en el receptor (deénfasis).

$$|H_{DE}(f)| = \frac{1}{\sqrt{1+(f/f_c)^2}} \rightarrow S_{n_{DE}} = |H_{DE}(f)|^2 \cdot S_{n_{FM}} = \frac{K_D^2}{A_c^2} \eta f^2 \frac{1}{1+(f/f_c)^2}$$

$$N_{FM} = \int_{-W}^W S_{n_{DE}}(f) df = 2 \frac{K_D^2}{A_c^2} \eta f_c^3 \left(\frac{W}{f_c} - \arctg \frac{W}{f_c} \right) \approx 2 \frac{K_D^2}{A_c^2} \eta f_c^2 W, \quad \frac{W}{f_c} \gg 1$$

$$(SNR)_{postd} = \frac{K_D^2 f_D^2 < x_N^2 >}{2 \frac{K_D^2}{A_c^2} \eta f_c^2 W} = z < x_N^2 > \frac{f_D^2}{f_c^2}$$

$$G = \frac{(SNR)_{postd}}{(SNR)_{pred}} = \frac{(f_D/f_c)^2 < x_N^2 > z}{3 D^2 < x_N^2 > z} = \frac{(f_D/f_c)^2}{3 (f_D/W)^2} = \frac{1}{3} \frac{W^2}{f_c^2}$$

★ Efecto umbral:

$(SNR)_{pred} \gg 1$: ϕ_R ruidos gaussianos en PM y FM.

$(SNR)_{pred} \ll 1$: ϕ_R ruido impulsivo en FM.

$$z_u \approx 20 \frac{B_R}{W} \rightarrow (SNR)_{pred_u} = z_u \frac{W}{B_R} = 20 = 13 \text{ dB}$$

• **Conclusión. Comparación de los sistemas de transmisión analógicos:**

	B_W	$(SNR)_{postd} / z$	$(SNR)_{pred_u}$	Aplicaciones	Complejidad
AM (coh./env.)	$2W$	10 %	10 dB	Radiodifusión, com. militares, radio navegadores antiguos	2 / 1
DBL	$2W$	1	-	Telemando, radioenlaces de baja capacidad	2 – 3
BLU	W	1	-	Telefonía	3
BLV / QAM	W	< 50 %	-	TV (B-N y luminancia / color)	2
PM	$2(\beta + 1)W$	$\beta^2 \langle x_N^2 \rangle$	13 dB	Telemando, telemetría	1 – 2
FM	$2(D + 1)W$	$3D^2 \langle x_N^2 \rangle$	13 dB	Radioenlaces, radiodifusión, TV por satélite, sonido TV...	1 – 2

TEMA 4: INTROD. A LAS COMUNIC. DIGITALES

• Características:

a) Ventajas:

- ✓ Posibilidad de **regenerar** la señal distorsionada y con ruido (menor SNR).
- ✓ Detección y corrección de errores.
- ✓ Más técnicas de multiplexación: FDMA, TDMA, CDMA, SDMA.
- ✓ Circuitería más fiable, flexible, sencilla...
- ✓ Fácil manipulación o procesado de la información.
- ✓ Capacidad para diferentes tipos de información.

b) Inconvenientes:

- ✓ Necesidad de sincronización transmisor / receptor.
- ✓ Ancho de banda → Transmisores y receptores más complejos.
- ✓ Necesidad de convertidores A / D.

• Estructura de un sistema de comunicaciones digitales:

(Figura IV 2.2, página 113)

- a) Formateado y codif. de fuente: La información se hace compatible con el sistema digital.
Codificación de fuente: Se elimina la redundancia.
- b) Encriptado: Protección de la información (restricción del acceso).
- c) Codif. del canal: Redundancias para detectar / corregir errores.
- d) Multiplexación: La más típica es TDMA (multiplexación en el tiempo).
- e) Codif. de línea: Asociación de cada grupo de bits a una señal física que se transmite por la línea.
Descodificación: Decisión al recuperar la información (ceros o unos).

• Definiciones:

- ✓ Carácter: Unidad básica de texto.
- ✓ Bit: Unidad mínima de información.
- ✓ Símbolo: Agrupación de k bits.
- ✓ Alfabeto: Conjunto de todos los $M = 2^k$ símbolos.
- ✓ Velocidad de símbolo: $V_s = 1/T$ (símb. / seg. = baudios)
- ✓ Velocidad de transmisión: $V_T = k/T$ (bits / seg.)

• Mod. por impulsos codif. (MIC o PCM):

Señal analógica → digital, mediante:

- a) Muestreo: Valores de la señal analógica cada T_s (período de muestreo), con $f_s \geq 2W$.
- b) Cuantificación: Aproximación de los valores de la señal analógica entre un número finito y discreto de niveles.
- c) Codificación: Asignación nivel–palabra digital, que son los bits transmitidos con pulsos.
 L niveles representados por n bits: $L = 2^n$

TEMA 5: TRANSMISIÓN DIGITAL EN BANDA BASE

• Codificación de línea:

a) Propiedades:

- ✓ Binario vs. multinivel: Más eficiente multinivel, ya que envía varios bits con cada forma de onda, frente a las 2 formas con 1 bit cada una del binario.
- ✓ Componente continua ($\rightarrow \delta(f)$ en el espectro): Ideal si la señal no tiene DC ni componentes en $f \rightarrow 0$.
- ✓ Ancho de banda: Mejor sin componentes en frec. altas (coste y ruido) \rightarrow Pulsos no muy estrechos.
- ✓ Recuperación de reloj: Misma señal de reloj para transmisor y receptor (sincronización).
 - ★ “Códigos de retorno a cero” (RZ, fácil recuperación): En el tiempo de un bit en “1”, en la mitad vuelve a 0, y cuando está en “0”, la mitad está en $-V$ y después vuelve a 0 (doble B_W).
- ✓ Protección frente a errores (detección): Código AMI (“1” alternados entre V y $-V$).
- ✓ Codif. diferencial (forma de onda en función de la anterior): “0” conserva el nivel anterior y “1” lo cambia \rightarrow inmunidad frente a inversiones de señal (amplificador inversor).

b) Formas de onda típicas:

- | | | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> ✓ NRZ (unipolar / bipolar): Con / sin nivel de continua. ✓ NRZ-M: Igual, pero diferencial. ✓ RZ unipolar: Transiciones a 0 con “1” (doble B_W). ✓ RZ bipolar: Transiciones con “0” y “1”. ✓ AMI: “1” alternados. ✓ Manchester: “1” con 1 en $T/2$ y 0 el resto, y “0” al contrario. | } | <p>Con información (potencia) en $f \rightarrow 0$</p> <p>Sin información en $f \rightarrow 0$</p> |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

• Interferencia entre símbolos (IES o ISI):

Señal finita en $t \rightarrow \infty$ en f ($B_W = \infty$) \Rightarrow Limitación de $B_W \rightarrow$ Señal ∞ en $t \Rightarrow$ IES.

a) 1er criterio de Nyquist:

- ✓ Condiciones:
 1. Decisión por muestreo en el receptor (una muestra por cada bit).
 2. Codificación de línea: “1” $\rightarrow \delta(t)$ y “0” $\rightarrow 0V$.
- ✓ Teorema:

No hay IES en los instantes de muestreo en el receptor $H(f)$ es un filtro P.B. ideal, con $B_{\min} = 1/2T$.

ideal, con $B_{\min} = 1/2T$.

✓ Consecuencias:

Las funciones ‘sinc’ (transf. inversa del pulso cuadrado) son nulas en $k \cdot T$, $\forall k \neq 0$, por lo que no interfieren entre sí en los instantes de muestreo, cada T segundos.

$B_{\min} \Rightarrow$ Restricción en la V_s , definiendo su valor máximo: $V_s = 1/T$

Pero en la realidad, los canales no cumplen las condiciones de Nyquist (filtros P.B. ideales y $h(t) = 0$, $\forall t = k \cdot T$, $\forall k \neq 0$), por lo que se añade otro filtro (**ecualizador**): $H_{ideal}(f) = H_T(f) \cdot H_E(f)$

• Canales ruidosos. Probabilidad de error:

Suficiente B_W para que no haya IES. El ruido será blanco, gaussiano y aditivo (AWGN).

Cada T segundos, el receptor recibirá: $z(t) = s_i(t) + n(t)$ [“0” $\rightarrow s_0(t)$, “1” $\rightarrow s_1(t)$]

Hipótesis: $H_0 \rightarrow$ envío de $s_0(t)$, $H_1 \rightarrow$ envío de $s_1(t)$.

Decisión: $D_i \rightarrow$ decidirse por H_i .

<ul style="list-style-type: none"> Probab. de Falsa Alarma: $P_{FA} = P(D_1 / H_0)$ Probab. de Pérdida: $P_M = P(D_0 / H_1)$ Probab. de detección: $P_D = P(D_1 / H_1)$ 	}	$P_e = P_{FA} \cdot P(H_0) + P_M \cdot P(H_1) \equiv \frac{1}{2}(P_{FA} + P_M)$ <p>(BER \equiv Bit Error Rate, sist. lin.)</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

a) Receptor por muestreo:

Decisor por comparación con umbral.

$$z(T) = \begin{cases} s_0(T) + n(T), & \text{si } H_0 \\ s_1(T) + n(T), & \text{si } H_1 \end{cases}$$

$$P(|x - m_x| < a) = \text{erf}\left(\frac{a}{\sqrt{2}\sigma}\right); \quad P(|x - m_x| > a) = \text{erfc}\left(\frac{a}{\sqrt{2}\sigma}\right) = 1 - \text{erf}\left(\frac{a}{\sqrt{2}\sigma}\right)$$

$$P_{FA} = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{\gamma - s_0(T)}{\sqrt{2}\sigma}\right), \quad P_M = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{s_1(T) - \gamma}{\sqrt{2}\sigma}\right)$$

$$P_e = P_{H_0} \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{\gamma - s_0(T)}{\sqrt{2}\sigma}\right) + P_{H_1} \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{s_1(T) - \gamma}{\sqrt{2}\sigma}\right)$$

$$* \text{ Si } P_{H_0} = P_{H_1} \Rightarrow P_e = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{\Delta}{2\sqrt{2}\sigma}\right) = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{|s_1(T) - s_0(T)|}{2\sqrt{2}\sigma}\right), \quad \gamma_{\text{opt}} = \frac{s_1(T) + s_0(T)}{2}$$

b) Receptor con filtro adaptado (óptimo):

★ **Filtro adaptado:** Maximiza el SNR a la salida, en el instante de muestreo, T . Pero sólo es máximo si la señal de entrada es aquélla para la cual fue diseñado (o proporcional).

$$h(t) = s(T-t) \quad \leftrightarrow \quad H(f) = S^*(f) \cdot e^{-j2\pi f T}$$

$$\left. \begin{aligned} y(T) = h(t) * s(t) \Big|_T &= \int_{-\infty}^{\infty} s^2(T-\tau) d\tau = E \rightarrow S = E^2 \\ N = \eta \cdot B_{eq} &= \eta \int_0^{\infty} |H(f)|^2 df = \frac{\eta}{2} E \end{aligned} \right\} \text{SNR} = \frac{2E}{\eta}$$

✓ Utilización:

1. Si $s_0(t)$ y $s_1(t)$ son proporc. (o uno es 0) \Rightarrow Filtro adaptado para ambas señales.

2. Si no son proporc.: (con $P_{H_1} = P_{H_2} = 1/2$)

$$\text{Filtro con } y_1 - y_0 \text{ máx. frente a } \sigma: \quad h(t) = s_1(T-t) - s_0(T-t) \rightarrow \text{SNR} = \frac{\Delta^2}{\sigma^2} = \frac{2E_{\text{dif}}}{\eta}$$

$$\text{BER} = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{\Delta}{2\sqrt{2}\sigma}\right) = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{E_d}{\eta}}\right)$$

✓ **Correladores:** (equivalentes a los filtros adaptados)

Señal recibida * Cada una de las señales asociadas a la información + Filtro integrador.

✓ Probabilidad de error: [código NRZ, con bits equiprobables]

$$\text{BER}_{\text{unipolar}} = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{E_b}{\eta}}\right), \quad \text{con } E_b = \frac{1}{2} A^2 T \quad \text{y} \quad E_d = A^2 T$$

$$\text{BER}_{\text{bipolar}} = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{\eta}}\right), \quad \text{con } E_b = A^2 T \quad \text{y} \quad E_d = 4A^2 T$$

donde E_b es la energía media por bit, y E_d es energía de la señal diferencia.

★ **Coefficiente de correlación:** (para medir el parecido entre señales)

$$\rho = \frac{1}{\sqrt{E_1 E_0}} \int_0^T s_1(t) s_0(t) dt \rightarrow \begin{cases} \rho = -1 \Rightarrow \text{Antipodal : Señales opuestas.} \\ \rho = 0 \Rightarrow \text{Ortogonal.} \end{cases}$$

La energía de la señal diferenciase puede expresar: $E_d = E_1 + E_0 - 2\rho\sqrt{E_1 E_0}$

TEMA 6: TRANSMISIÓN DIGITAL MODULADA

• Análisis de las modulaciones en el plano I-Q:

a) Espacio de señal (e.s.):

Interpretación geométrica de $s_i(t) = A_i \cos(\omega_0 t + \varphi_i) = A_i \cos \varphi_i \cos \omega_0 t - A_i \sin \varphi_i \sin \omega_0 t$
 Con la base $\{\cos \omega_0 t, \sin \omega_0 t\}$ y las coordenadas $\{A_i \cos \varphi_i, A_i \sin \varphi_i\}$.

★ **Constelación:** Sistema de puntos (señales) que forman los símbolos de un alfabeto de una transmisión digital.

b) Ruido. Regiones de decisión:

$n_i(t) = n(t) + n_{ort}(t)$ [Ruido total \equiv Componente dentro del e.s. + Comp. ortog. fuera del e.s.]

Con receptor óptimo, sólo $n(t) = n_F \cos \omega_0 t - n_C \sin \omega_0 t$ afecta a la detección.

★ **Clusters:** Posibles puntos alrededor de los de la constelación, en función del ruido.

Criterios de proximidad (distancias) \rightarrow Regiones de decisión: zonas en donde se asigna un punto –símbolo– determinado (el más cercano) a la señal.

c) Recepción:

Además del banco de correladores, con el e.s. se puede implementar otra estructura (óptima): 2 correladores con señales de referencia las funciones base $\{\cos \omega_0 t, \sin \omega_0 t\}$ [Se comparan distancias].

• Propiedades del tipo de modulación:

a) Protección frente al ruido: Puntos alejados (constelaciones amplias) $\Rightarrow \downarrow BER$.

b) Potencia media: $P_M = \sum_{i=1}^M p_i \cdot P_i = \frac{1}{2M} \sum_{i=1}^M (I_i^2 + Q_i^2)$, [$p_i = \frac{1}{M} \rightarrow$ probab.; $p_i = \frac{1}{M} \rightarrow$ pot.]

✓ Constelaciones centradas alrededor del origen \Rightarrow Mínimos P_e y P_M .

c) Envolvente constante (A_i cte. $\forall i$): Mejores en canales no lin. y con atenuaciones variables.

d) Eficiencia espectral: $E_e = V_T / B_{W_{ocup}}$.

• Esquemas de modulación digital: (Sistema binario)

a) ASK: (Amplitude Shift Keying)

$s_0(t) = 0, s_1(t) = A \cos \omega_0 t \rightarrow$ Constelación con 2 puntos, en 0 y en A \Rightarrow Sist. ortog.

Envolvente no cte. \Rightarrow No es buena en canales no lineales.

✓ Generación: NRZ bipolar con AM ($m = 100\%$), o NRZ unipolar con DBL, o con una transmisión interrumpida en “0” de la portadora.

★ T. Nyquist (no en B. base): Filtro ideal con $B_W = 2B_{W_{min}} = V_S \Rightarrow E_e = \frac{V_T}{V_S} = 1$ (binario).

b) FSK: (Frequency Shift Keying)

$s_0(t) = A \cos \omega_0 t, s_1(t) = A \cos \omega_1 t$ [info. en f_0 y f_1] \Rightarrow Sist. ortog. ($\rho \approx 0$).

Envolvente cte. \Rightarrow Buena en canales no lineales y con atenuaciones variables.

✓ Generación: NRZ bipolar con FM \rightarrow Fase cont. (CPFSK); o conmutación (osciladores indep. que conmutan) \rightarrow Saltos bruscos de fase (no cont.).

Eficiencia espectral: $\Delta f_{min} = \frac{1}{2T} \rightarrow E_e = 1,5$ (MKS)

c) QAM: (Quadrature Amplitude Modulation)

$s_i(t) = I_i \cos \omega_0 t - Q_i \sin \omega_0 t$, con $\{I_i, Q_i\} = \pm 1, \pm 3, \pm 5 \dots$ [envolvente no cte.]

✓ Generación y demodulación: [Figura VI.25 y Figura VI.26]

$E_e = \frac{V_T}{B_W} \Big|_{IES=0} = \frac{V_T}{V_S} = \lg_2 M = k, \quad M = 2^k = 4, 16, 64, 256, 1024 \dots$ [M-QAM]

$E_e \uparrow \Rightarrow M \uparrow$ y $d \downarrow \Rightarrow BER \uparrow$

d) PSK: (Phase Shift Keying)

$$s_i(t) = A \cos(\omega_0 t + \phi_i) \quad [\text{envolvente cte.}]$$

$$E_e = \frac{V_T}{B_W} \Big|_{f_{ES}=0} = \frac{V_T}{V_S} = \lg_2 M = k, \quad M = 2^k = 2 \text{ (BPSK)}, 4 \text{ (QPSK)}, 8, 16, 32 \dots \text{ [M-PSK]}$$

✓ BPSK: [$E_e = k = 1$]

Fases en 0° y 180° (constelación centrada en el origen).

Mismo espectro que ASK, pero sin portadora.

• Generación: NRZ bip. $\cdot \cos(\omega_0 t)$ [DBL], o conmutando entre 2 salidas desfasadas π .

• Recepción (coherente): $s_1(t) = -s_0(t) \Rightarrow$ Con 1 correlador, un decisor y un recup.

de portadora. Pero en la recup. de la portadora se obtiene con fase 0° y 180° , por lo que:

1. Envío de una *secuencia de entrenamiento*.

2. Codificación diferencial (mod. DPSK): “1” \rightarrow cambio de fase, “0” \rightarrow igual.

Demod. no coherente: Se compara la fase de un intervalo de bit con el siguiente ($> \gamma \rightarrow$ “0”, $< \gamma \rightarrow$ “1”).

✓ QPSK: (\equiv 4-PSK) [$E_e = k = 2$]

$$s_i(t) = A \cos(\omega_0 t + \phi_i), \quad \phi_i = \pm 45^\circ, \pm 135^\circ$$

• Modulación: 1 bit por el canal I y otro por el Q (2 bits con cada símbolo), multiplicado por $\cos(\omega_0 t)$ y $-\sin(\omega_0 t)$, respectivamente; y después se suman.

• Análisis en canales ruidosos. Probabilidad de error:

a) Probabilidad de error binaria en receptores óptimos: (símbolos equiprobables)

✓ ASK:

$$\rho = 0, E_1 = 2E_b, E_0 = 0 \quad (E_b = \frac{1}{2}(E_0 + E_1)) \Rightarrow E_d = 2E_b \Rightarrow P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{2\eta}} \right)$$

✓ FSK:

$$\rho = 0, E_0 = E_1 = E_b \Rightarrow E_d = 2E_b \Rightarrow P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{2\eta}} \right)$$

✓ BPSK:

$$\rho = -1, E_0 = E_1 = E_b \Rightarrow E_d = 2E_b(1 - \rho) = 4E_b \Rightarrow P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{\eta}} \right)$$

★ Los sistemas ortogonales 3 dB peor que los antipodales.

b) Probabilidad de error en sistemas no coherentes:

$$\checkmark \text{ ASK: } P_e \approx \frac{1}{2} e^{-\frac{E_b}{2\eta}}$$

$$\checkmark \text{ FSK: } P_e \approx \frac{1}{2} e^{-\frac{E_b}{2\eta}}$$

$$\checkmark \text{ BPSK: } P_e \approx \frac{1}{2} e^{-\frac{E_b}{\eta}}$$