TRDT

Apuntes de Crisser

TRDT

Crisser

IDRISS MRANI ALAOUI

TEMARIO

1 ENTROPÍA E INFORMACIÓN → Procesos de Markov ✓

2 AEP ✓

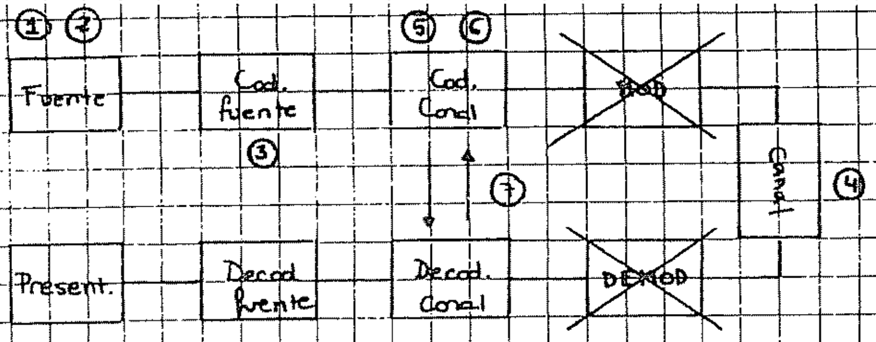
3 CODIFICACIÓN DE FUENTE ✓

4 CAPACIDAD DE CANAL ✓

5 CÓDIGOS LINEALES

6 CÓDIGOS CÍCLICOS

7 ARQ Y FEC (Ventana deslizante)



Cod. fuente ⇒ comprimir

Cod. canal ⇒ meter redunc

TEMA 1. ENTROPÍA E INFORMACIÓN

1 ENTROPÍA:

- Medida de la desinformación; incertidumbre de una variable aleatoria.
- Se mide en bits/símbolo aunque casi siempre diremos sólo bits
- Dada una variable aleatoria $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$

  con $\{p_1, p_2, \ldots, p_n\}$

  se define la entropía como $\boxed{H(X) = \sum_{i=1}^{n} P_i \log_2 \frac{1}{P_i} = -\sum_{i=1}^{n} p_i \log_2 P_i}$ (bits/s

- La base del logaritmo utilizada en la expresión indica las unidades de la entropía:
  - $\log_2 x$ → bits
  - $\log_3 x$ → trits
  - $\ln x$ → nats
  - $\log_{10} x$ → dits

Para cambiar de una base a otra:

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

- Ejemplos:

1. Tenemos una variable aleatoria $X \equiv \{$resultado de lanzar una moneda al aire

   $X = \{\text{Cara}, \text{Cruz}\}$

   Si la moneda no está trucada: $p(x) = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\}$

   $H(x) = \frac{1}{2} \log_2 2 + \frac{1}{2} \log_2 2 = 1$ bits/símbolo

2. Tenemos una variable aleatoria $Y \equiv \{$se cae el techo del aula$\}$

   $Y = \{\text{sí}, \text{no}\}$

   Nos gustaría que la probabilidad fuera: $p(Y) = \{0, 1\}$

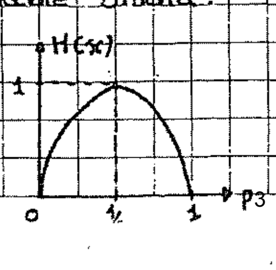
   $H(Y) = 0 \cdot \log_2 \frac{1}{0} + 1 \log_2 1 = 0$ bits/símbolo

NOTA: la máxima entropía se obtiene con una distribución equiprobable

NOTA: Para una variable binaria:

$X \equiv \{a, b\}$

con $\{p, 1-p\}$



equiprobable ≠ uniforme
discreta ∃ ; continua ∃;

A : Caso general:

- Cálculo de la máxima entropía ⇒ distr. de prob. es equiprobable.
  - La variable aleatoria tiene N sucesos con $p_i = \frac{1}{N}$:
  - $H(X) = \underbrace{\frac{1}{N}\log_2 N + \frac{1}{N}\log_2 N + \dots + \frac{1}{N}\log_2 N}_{N \text{ veces}} = \frac{1}{N}\cdot N \cdot \log_2 N = \boxed{\log_2 N}$
- La entropía no tiene por qué estas entre cero y uno
- Ejemplo: tenemos un dado sin trucar:

$X = \{\text{resultado de lanzar un dado}\} = \{1,2,3,4,5,6\}$

con $p(x) = \{\frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}\}$

$H(X) = \log_2 6 = 2'58$ bits/símbolo.

1. Entropía conjunta: (2 o más variables)

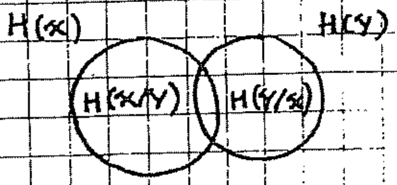
$$H(X,Y) = \sum_x \sum_y p(x,y)\cdot \log_2 \frac{1}{p(x,y)}$$

2. Entropía condicionada:

$$H(Y/X) = \sum_x \sum_y p(x,y) \log_2 \frac{1}{p(y/x)}$$ Definición exacta

$$\boxed{H(Y/X) = \sum_x H(Y/X = x) \cdot P_r(X = x)}$$ Para problemas

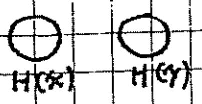
3. Diagramas de Venn:



4. Regla de la cadena:

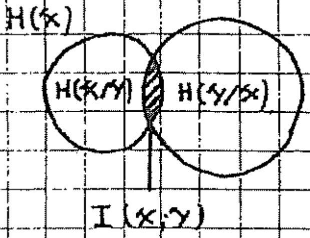
$$H(X,Y) = H(X) + H(Y/X)$$
$$= H(Y) + H(X/Y)$$

Caso particular: X e Y independientes ⇒
$H(X,Y) = H(X) + H(Y)$
$H(Y/X) = H(Y)$
$H(X/Y) = H(X)$



5 Información mutua: incertidumbre que tienen en común las dos variables aleatoria

$$\boxed{I(X;Y) = \sum_{x}\sum_{y} p(x,y)\cdot \log_2 \frac{p(x,y)}{p(x)\cdot p(y)} = D\left(p(x,y)\,\|\,p(x)\cdot p(y)\right)}$$



$$\boxed{I(X;Y) = H(X) - H(X/Y) = H(Y) - H(Y/X)}$$

$$\boxed{H(X,Y) = H(X) + H(Y) - I(X;Y)}$$

Entropía relativa

NOTA: Distancia entre distribuciones:

$$D(p\|q) = \sum_{x} p(x)\cdot \log_2 \frac{p(x)}{q(x)}$$ Siempre positiva

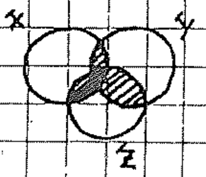
- No es una distancia métrica porque no cumple la propiedad de simetría:

$$D(p\|q) \neq D(q\|p)$$

- Es la distancia entre dos distribuciones para la misma variable aleatoria

NOTA: la información mutua siempre es entre dos variables aleatorias. Se pone punto y coma para distinguir una de la otra.

La información mutua siempre se mide entre dos variables aleatorias:



No se puede calcular $I(X,Y,Z)$

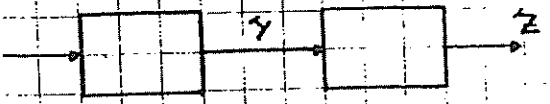
Se puede calcular:
- $I(X;Y,Z)$
- $I(X,Y;Z)$

6 Generalización a n variables:

- Sean $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$, n variables aleatorias:
  - $H(X_1,X_2,\dots,X_n) = H(X_1) + H(X_2/X_1) + H(X_3/X_2,X_1) + \dots + H(X_n/X_{n-1},\dots,X_1) =$
    $= \sum_{i=1}^{n} H(X_i/X_{i-1},\dots,X_1)$
  - $I(X_1,X_2,\dots,X_n;Y) = I(X_1;Y) + I(X_2;Y/X_1) + \dots + I(X_n;Y/X_{n-1},\dots,X_1) =$
    $= \sum_{i=1}^{n} I(X_i;Y/X_{i-1},\dots,X_1)$

Este condicionado afecta tanto a X_i como a Y

OREMA DE PROCESADO DE LA INFORMACIÓN:



$$\boxed{I(X;Y) \geq I(X;Z)}$$

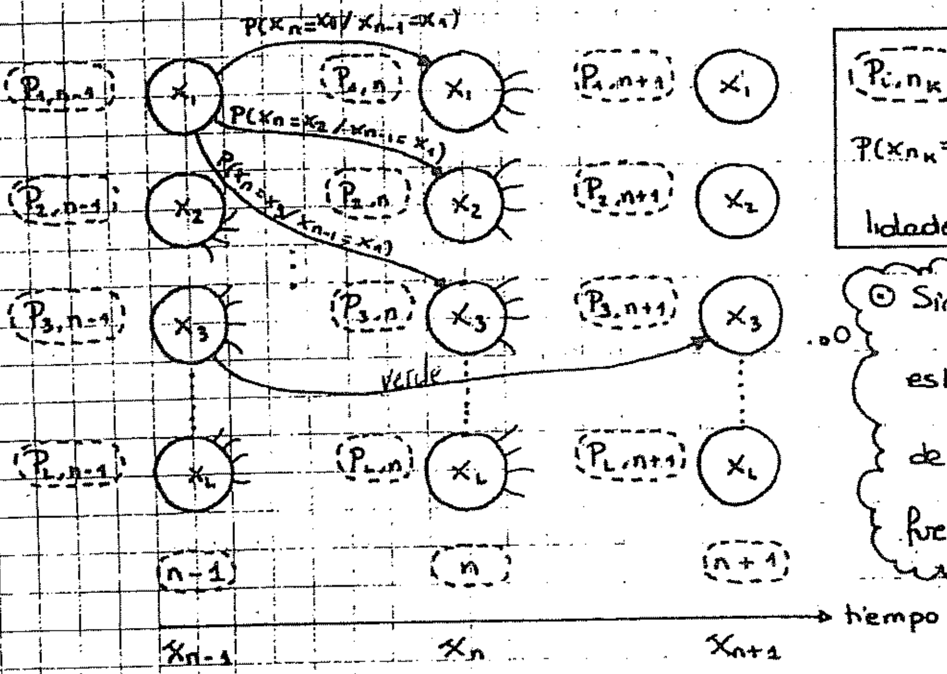
ROCESOS Y CADENAS DE MARKOV:

Proceso: variable aleatoria cuya distribución de probabilidades varía con el tiempo

Sea X_n, un proceso estocástico

- → variable aleatoria $X = \{x_1, x_2, \dots, x_L\}$
- → evolución temporal ⇒ n, (instantes de tiempo)

• Miro cómo está el proceso en distintos instantes:



P_{i,n_K} ≡ Probabilidades a priori

$P(x_{n_K}=x_i / x_{n_{K-1}}=x_j)$ ≡ Probabilidades de transición

⊙ Sin la flecha verde esto es un proceso de Markov. Si no lo fuera, habría flechas como la verde

• En los procesos hay dos tipos de probabilidades:

- • Probabilidad a priori ⇒ Ej: $P_{1,n}$ ≡ prob. de 1 en el instante n
- • Probabilidad de transición ⇒ Ej: $P(x_n = x_1 / x_{n-1} = x_1)$ ≡ prob. de permanecer en 1 sabiendo que antes estaba en 1

• Ellos utilizan otra nomenclatura:

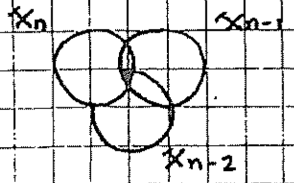
- • $\underline{\mu_n} \equiv (\overset{P_{1,n}}{\mu_1}, \overset{P_{2,n}}{\mu_2}, \dots, \overset{P_{L,n}}{\mu_L})_n$
- • Matriz de transición: $\underline{P}^{(n)} = \begin{bmatrix} P(X_n=x_1/X_{n-1}=x_1) & \cdots & P_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ P_{n1} & \cdots & P_{nn} \end{bmatrix}$

- Propiedades:

- Proceso de Markov de orden 1:

  - Un proceso es de Markov (de orden 1) ⟺ $\boxed{p(X_n / X_{n-1}, \dots, X_1) = p(X_n / X_{n-1})}$

  - Diagrama de Venn de un proceso de Markov de orden 1:



X_n no puede depender de X_{n-2} al margen de X_{n-1}.

X_n puede depender de X_{n-2} a través de X_{n-1} ☉.

Toda la dependencia debe estar incluida en el anterior.

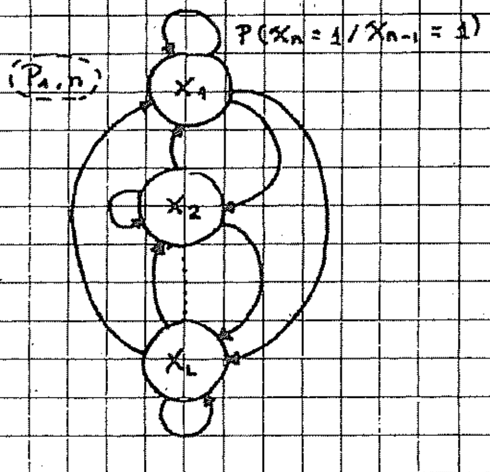
- Proceso homogéneo o invariante:

  - Un proceso es homogéneo o invariante ⟺ $\boxed{p\{X_n = j / X_{n-1} = i\} = P\{X_2 = j / X_1 = i\}}$

  - Da igual en qué instante miremos el proceso. Las transiciones son iguales independientemente del instante de tiempo ⇒ la matriz $\boxed{P^{(n)} = P \ \forall n}$

  - Podemos borrar uno de los extremos del dibujo de la página anterior, no necesito tener pintados todos los instantes temporales, con uno basta

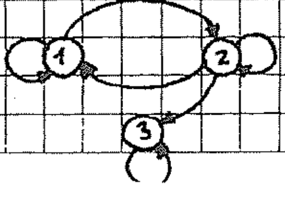
  - Pasamos del dibujo de la página anterior a un diagrama de estados



- Proceso irreducible:

  - Un proceso es irreducible ⟺ podemos pasar de un estado a otro (cualquiera) en un número finito de saltos.

  - Ejemplo: proceso reducible:



3

en general siempre aperiódico

- Proceso periódico:
  - Un proceso es periódico ⟺ $p\{x_{n+k} = a / x_k = a\} = \begin{cases} 0 \ \forall k \neq mT;\ m \text{ entero} \\ \neq 0 \ \forall k = mT;\ m \text{ entero} \ \underset{\text{múltiplos}}{} \end{cases}$

Teorema:

- Si un proceso de Markov es, $\left[\begin{array}{l} \text{• aperiódico} \\ \wedge \\ \text{• invariante} \\ \wedge \\ \text{• irreducible} \end{array}\right]$ ⇒ la distribución de prob. μ_n tiende a una solución estacionaria

$\Updownarrow$

$\boxed{\exists \mu / \mu = \mu \cdot P}$

en general siendo Markov e invariante

$\mu_n = \mu_{n-1} P$

$\mu_r = \mu_0 P$

- Tasa de entropía:
  - Definición formal: es la velocidad con la que el proceso tiende a la solución estacionaria. Es la entropía de las transiciones.

$$\boxed{H(\mathcal{X}) = \lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} H(X_1, \dots, X_n)}$$

  - Puede existir o no (dependiendo de si existe la solución estacionaria o no)
  - En la práctica se define $\boxed{H'(X) = \lim_{n \to \infty} H(X_n / X_{n-1}, \dots, X_1)}$
  - Bajo ciertas condiciones $H'(X)$ converge a la tasa de entropía de verdad
  - La condición que se tiene que cumplir para que converja es que exista la μ estacionaria:

$$\boxed{H'(X) \to H(\mathcal{X}) \quad (\exists\ \mu \text{ estacionaria})}$$

  - $H'(X) = \lim_{n \to \infty} H(X_n / X_{n-1}, \dots, X_1)$ oo que sea irreducible y aperiódico nos da igual
    - si el proceso es de Markov: $H'(X) = \lim_{n \to \infty} H(X_n / X_{n-1})$
    - si el proceso es invariante: $H'(X) = H(X_n / X_{n-1})$
  - Para un proceso de Markov invariante (general):
    - si $\exists \mu$ estacionaria ⇒ $H'(X) \to H(\mathcal{X})$ ⇒ $H(\mathcal{X}) = H(X_n / X_{n-1})$

1. DEFINICIÓN

- AEP = Propiedad de equipartición asintótica

x

Fuente	"0" (P)
	"1" (1-P)

secuencias : $\overline{X}^n = (x_1, x_2, \dots, x_n)$

- Si la secuencia es suficientemente larga todas las secuencias tienen la misma probabilidad de ceros y unos, se comportan igual
- Probabilidad de obtener una secuencia dada de longitud n:

$$\boxed{P(\vec{s}) = 2^{-nH(x)}\ \boxed{n \to \infty}}$$ Propiedad de AEP

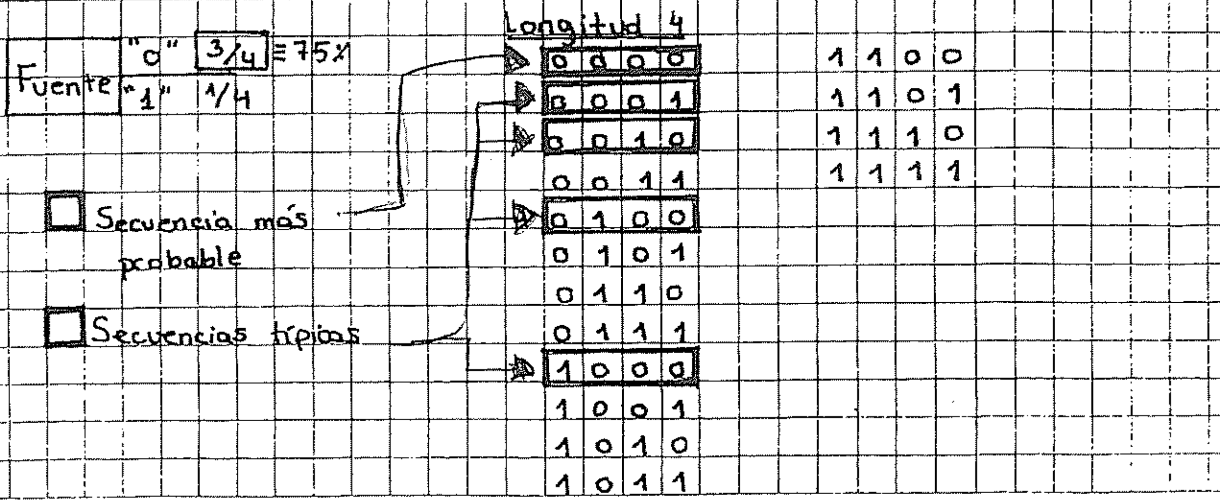
2. SECUENCIAS TÍPICAS:

1. Definición:

- Se considera secuencia típica de longitud n a las secuencias que cumplen:
- $\boxed{2^{-n[H(x)+\epsilon]} \leq p(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 2^{-n[H(x)-\epsilon]}}$
- El conjunto de secuencias típicas se llama A_ϵ^n

2. Propiedades:

- $P\{|-\frac{1}{n} \cdot \log P(x_n) - H(X)| \geq \epsilon\} \leq \epsilon$
- $P\{X_n \in A_\epsilon^n\} \geq 1 - \epsilon$
- $\boxed{(1-\epsilon)\, 2^{n(H(x)-\epsilon)} \leq |A_\epsilon^n| \leq 2^{n(H(x)+\epsilon)}}$
  - El número de secuencias típicas está acotado, es más o menos $2^{nH(x)}$
- Ejemplo: explicación



Fuente	"0"	$\boxed{3/4}$ ≡ 75%
	"1"	1/4

☐ Secuencia más probable

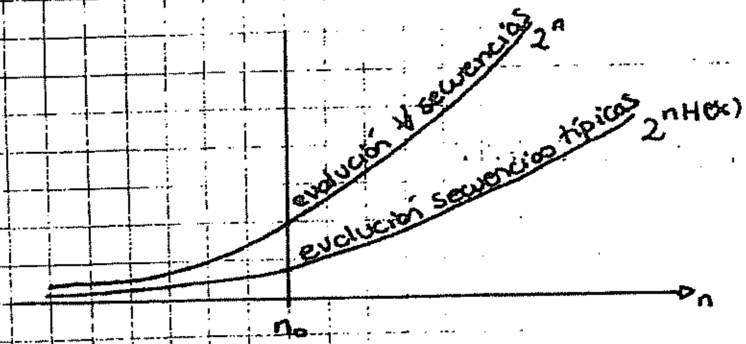
☐ Secuencias típicas

Longitud 4

0	0	0	0
0	0	0	1
0	0	1	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	0	1
0	1	1	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	0	1
1	1	1	0
1	1	1	1

NOTA:

- Las secuencias típicas no son las más probables
- Hay pocas secuencias típicas pero aglutinan en el límite la probabilidad de la fuente ⇒ ∀ secuencia, tiende a ser típica cuando $n \to \infty$.
- El número de secuencias típicas es $\simeq 2^{n \cdot H(x)}$



- Para un "n" dado habrá menos secuencias típicas, pero en el límite todas las secuencias tienden a ser típicas.

TEMA 3. COMPRESIÓN DE DATOS

1. DEFINICIONES:

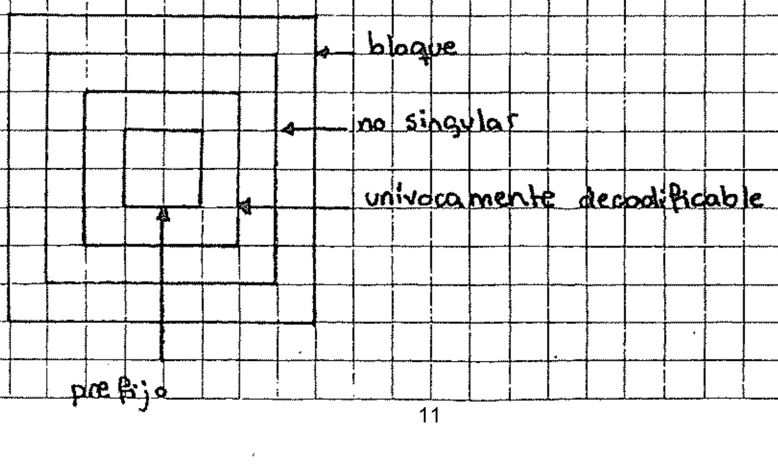
- Partimos de una fuente que genera símbolos dentro de un alfabeto fuente A_x siendo $A_x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$
- Código: se define código como la correspondencia de símbolos de A_x con secuencias de símbolos de un alfabeto D-ario (D símbolos) código A_D

  $A_D = \{0, 1, \dots, D-1\}$ binario ⇒ D = 2 ⇒ $A_D = \{0, 1\}$

- Longitud de una palabra código: número de símbolos de A_D que forman la palabra código. La notación empleada para simbolizarla es l_i. Se mide en [símbolos de código].
  - C.P. Binario ⇒ [bits]
- Longitud media de un código:

  $$\boxed{\bar{L}(C) = \sum_i p(x_i) \cdot l(x_i)}$$ [símbolos de código / símbolos fuente]

  - C.P. Binario ⇒ [bits / símbolo]
- Tipos de código:
  - En cuanto a su longitud pueden tener → longitud fija / → longitud variable
  - Código bloque: asigna a cada palabra fuente un conjunto de símbolos de
  - Código no singular: si todas sus palabras código son distintas
  - Código unívocamente decodificable (UD): si dos secuencias de fuente distintas siempre tienen códigos distintos.
  - Código prefijo o instantáneo: si ninguna palabra es prefijo de otra.



• Ejemplos :

• A	0
B	01
C	10
D	01

⇒ Singular

• A	0
B	010
C	01
D	10

$$010 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 010 \equiv B \\ 010 \equiv AD \\ 010 \equiv CA \end{array} \right\} \Rightarrow$$

⇒ No UD

• A	0
B	10
C	110
D	111

Prefijo

NOTA :

- bloque : ∀
- no singular : a ojo
- UD : a ojo ; Sardinas - Patterson
- prefijo : a ojo

• Método de Sardinas - Patterson : (sufijos descolgados)

• Ejemplo: {00, 001, 101, 011, 110, 111}

1ª etapa

1. Vemos los sufijos que dejan las palabras anteriores entre sí:

{1} (todas tienen 3 bits menos 00 por lo que es la única que puede dejar sufijos)

2. Copiamos este sufijo y vemos qué sufijo deja en las palabras originales :

{1, 01, 10, 11}

3. Vemos qué sufijos dejan los elementos nuevos ⊙ sobre los que

estaban en la lista pequeña ⊙ (En este caso no hay)

4. Vemos qué sufijos dejan los nuevos elementos ⊙ en la lista original:

{1, 01, 10, 11, 0}

5. Vemos qué sufijos dejan los elementos nuevos ⊙ sobre los que ya estaban en la lista pequeña ⊙ (En este caso no hay, es el 1 que ya es)

6. Vemos qué sufijos dejan los nuevos elementos ⊙ en la lista original:

{1, 01, 10, 11, 0}

Como se ha repetido la misma línea dos veces ⇒ UD

Cuando no podemos continuar y ninguno de los sufijos de la lista es palabra código ⇒ el código es UD.

- Ejemplo: {01, 011, 111, 110, 001, 000}

1. {1}
2. {1, 11, 10}
3. {1, 11, 10, 0}
4. {1, 11, 10, 0, 01, 00}

Como uno de los sufijos es palabra código ⊙ ⇒ paramos ⇒ no UD.

- Código óptimo y codificación óptima:
  - Código óptimo: es el código (realizable o no) de menor longitud media.
    - Límite de compresión: (longitud media mínima)

$$\boxed{\overline{L}(c) \geq H(x)}$$

Código óptimo ⇒ $\overline{L}(c) = H(x)$ (Alcanzable o no)

- Para que exista el código óptimo se tiene que cumplir:

$$\overline{L}(c) = H(x) \Rightarrow \sum_i p(x_i) \cdot \ell(x_i) = \sum_i p(x_i) \cdot \log_2 \cdot \frac{1}{p(x_i)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\ell_i = \log_2 \frac{1}{p(x_i)}}$$

6

⟺ $\boxed{P(x_i) = \frac{1}{2^{-l_i}}}$ potencias negativas de dos: $2^{-1}, 2^{-2}, 2^{-3} \ldots$

A las fuentes que cumplen esto se les llama D-ádicas.

en el caso de arriba D=2

El código óptimo es realizable en función de la prob. de la fuente, no del algoritmo de codificación.

- Codificación óptima: es el mejor código realizable (puede ser óptimo o no, en función de cómo sea la fuente) (optimal)

DESIGUALDAD DE KRAFT

- Dado un alfabeto de fuente $|A_x| = n$ símbolos y un alfabeto código $|A_D| = D$ símbolos:
  - Un código prefijo con longitudes $l_1, l_2, l_3, \ldots, l_n$ existe ⟺ $\boxed{\sum_{i=1}^{n} D^{-l_i} \leq 1}$
    - Binario: D=2
    - Ternario: D=3

TEOREMA DE McMILLAN:

- Dado un alfabeto de fuente $|A_x| = n$ símbolos y un alfabeto código $|A_D| = D$ símbolos:
  - Un código unívocamente decodificable con longitudes $l_1, l_2, \ldots, l_n$ existe ⟺ $\boxed{\sum_{i=1}^{n} D^{-l_i} \leq 1}$

NOTA: Todos los códigos prefijos son unívocamente decodificables pero no todos los códigos unívocamente decodificables son prefijos. Todos los códigos que cumplen Kraft cumplen McMillan pero no todos los códigos que cumplen McMillan cumplen Kraft.

4. CÓDIGO SHANNON

- Este código no nos da las palabras, sólo las longitudes:

$$\boxed{l_i = \lceil -\log P_i \rceil}$$

- Cota: $H(X) \leq \bar{L}(C) \leq H(X) + 1$

5. CÓDIGO HUFFMAN

- Huffman da un código prefijo
- Es el mejor código para una variable aleatoria (que sea el código óptimo o no, depende de la fuente).
- Principal característica: asigna palabras más cortas a los sucesos de mayor probabilidad.
- Ejemplo:

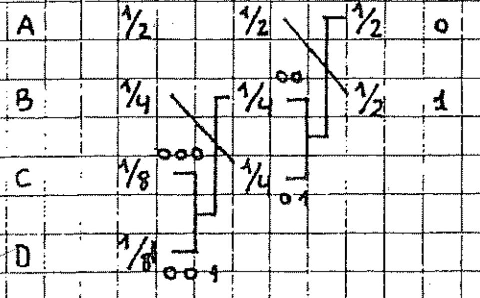
$X = \{A, B, C, D\}$

$P = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{8}\}$

1. Ordenamos los elementos en orden de probabilidades decrecientes:

A	1/2
B	1/4
C	1/8
D	1/8

2. Agrupamos los elementos de D en D (binario D = 2)

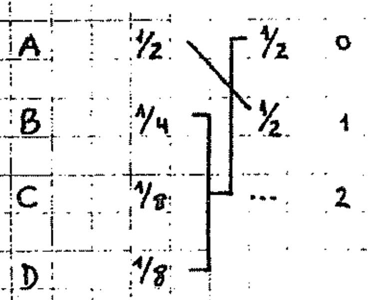


3. Repetimos el procedimiento hasta que sólo queden D elementos ⊙
4. Asignamos a cada uno de los elementos que quedan al final uno de los elementos del alfabeto y vamos hacia atrás ⊙

Comentarios:

- Tiene que haber al menos D palabras de longitud máxima
- $\boxed{H(X) \le \bar{L}(C) \le H(X) + 1}$
- Si no se puede agrupar correctamente en un código Huffman:
  - **Ejemplo:**

D = 3 y



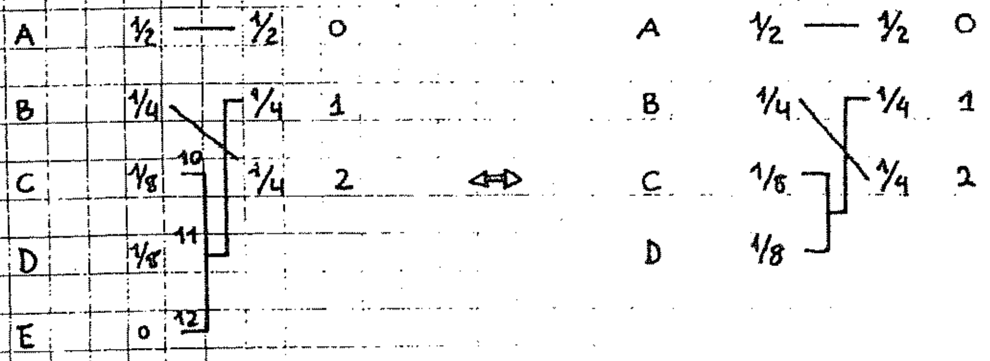
- **Soluciones:**

1 Añadir los símbolos necesarios con probabilidad cero.

ó

2. Realizar la primera agrupación con menos de D símbolos

- Ejemplo: anterior



CÓDIGO SHANNON - ELIAS - FANO

VER PROBLEMAS

- "Alfabético" o "lexicográfico"
- Consigue que las palabras código estén ordenadas como las palabras de la fuente
- Cota: $\boxed{H(X) \le \bar{L}(C) \le H(X) + 2}$

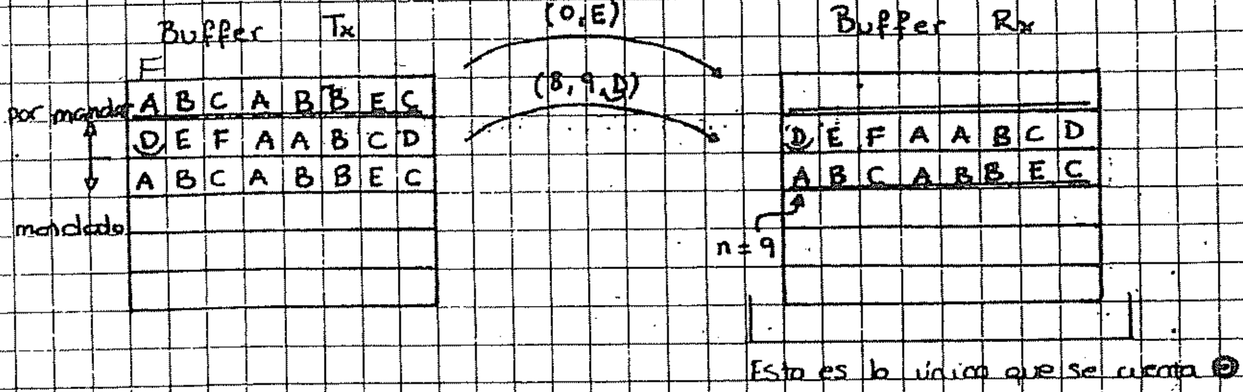
CODIFICACIÓN RLE (RUN LENGTH ENCODING)

VER PROBLEMAS

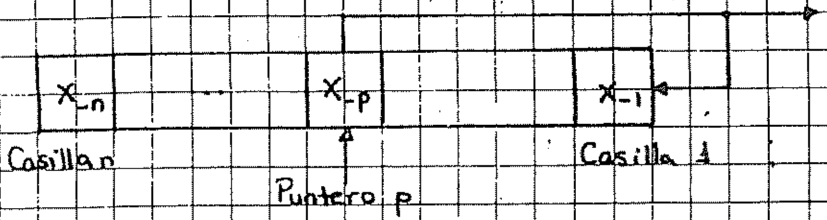
- Se usa principalmente en procesos de Markov
- Codifica las permanencias en un estado

8. ALGORITMO DE LEMPEL-ZIV

- Se utiliza porque no tenemos por qué conocer la distribución de probabilidades del sistema o puede que ésta sea variable.
- La idea es la siguiente:
  - Tenemos un buffer en transmisión y otro idéntico en recepción



- Esquema del algoritmo de decompresión ⊙



- Hay dos tipos de instrucciones:
  - Tipo 1: (L, p, C)

    "Coloca puntero en la casilla p, realimenta L caracteres y caracter nuevo C"
  - Tipo 2: (0, C)

    "No hay realimentación, caracter nuevo C"

NOTA: Es óptimo con n → ∞

BLEMA 2, NOVIEMBRE 2005: $\boxed{\text{E-I-45}}$

{+, -}

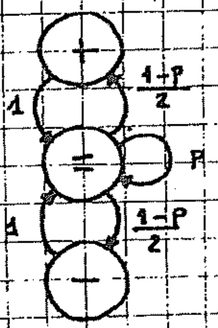
as una alteración de la medida, siguen periodos de estabilidad con una duración

edia de L

emoria de primer orden

+, -} equiprobables

A) B) Modelar, ¿P?



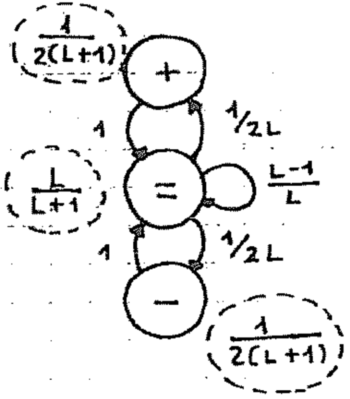
MUY IMPORTANTE: APRENDER

- Cálculo de p:
  - Probabilidad de permanecer en ⊜ n instantes
    - $p(n) = p^{n-1}(1-p)$
  - El número medio de permanencias N
    - $N = \sum_{i=1}^{\infty} p(i)\cdot i \equiv \frac{1}{1-p}$

$\Rightarrow$ $p = \frac{N-1}{N}$ ≡ probabilidad de permanencia

- En este ejercicio:
  - $p = \frac{L-1}{L}$
  - $\frac{1-p}{2} = \frac{L-L+1}{2L} = \frac{1}{2L}$

$\Rightarrow$



- Matriz P:
  - Suponemos $\mu_n = (\mu_+, \mu_=, \mu_-)$

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1/2L & \frac{L-1}{L} & 1/2L \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

C) Para un p genérico calcular la solución estacionaria y analizar si es asintótica:

- La solución estacionaria $\mu = (\mu_+, \mu_=, \mu_-)$ es tal que $\mu = \mu \cdot P$

• $(\mu_+, \mu_=, \mu_-) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1/2L & \frac{L-1}{L} & 1/2L \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot (\mu_+, \mu_=, \mu_-) \Rightarrow$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \mu_+ = \frac{1}{2L}\mu_= \Rightarrow \mu_+ = \frac{1}{2(L+1)} \\ \mu_= = \mu_+ + \frac{L-1}{L}\mu_= + \mu_- \\ \mu_- = \frac{1}{2L}\mu_= \Rightarrow \mu_- = \frac{1}{2(L+1)} \end{array}\right.$$

además:

$$\mu_+ + \mu_= + \mu_- = 1 \Rightarrow \frac{1}{2L}\mu_= + \mu_= + \frac{1}{2L}\mu_= = 1 \Rightarrow \mu_= = \frac{L}{L+1}$$

• $\left(\frac{1}{2(L+1)}, \frac{L}{L+1}, \frac{1}{2(L+1)}\right) = \mu$ ⊙ Dibujo

• μ es asintótica ⇔
- homogéneo: siempre se comporta igual ⇒ ✓
- irreducible: nunca te quedas bloqueado en ningún estado ⇒ ✓
- aperiódico: tiene poca pinta de ser periódico ⇒ ✓

• Sí es asintótica

D) Tasa de entropía

$$H(\mathcal{X}) = \quad = H(X_n / X_{n-1}) = \sum_{x=\{+,=,-\}} H(X_n / X_{n-1} = x) \cdot P_r(X_{n-1} = x) =$$

teoría

$$= P_r(X_{n-1} = +) \cdot H(X_n / X_{n-1} = +) + P_r(X_{n-1} = =) \cdot H(X_n / X_{n-1} = =) +$$

$$+ P_r(X_{n-1} = -) \cdot H(X_n / X_{n-1} = -) = 0 \cdot 1/2(L+1) + (L/L+1) \cdot H(1/2L, L-1/L, 1/2$$

$$P = \begin{array}{|ccc|l} \boxed{0 \quad 1 \quad 0} & & & H(X_n / X_{n-1} = +) \\ \boxed{1/2L \quad \frac{L-1}{L} \quad 1/2L} & & & H(X_n / X_{n-1} = =) \\ \boxed{0 \quad 1 \quad 0} & & & H(X_n / X_{n-1} = -) \end{array}$$

$$+ 0 \cdot 1/2(L+1) = \frac{L}{L+1} H\left(\frac{1}{2L}, \frac{L-1}{L}, \frac{1}{2L}\right) \text{ bits}$$

1. Determinar el valor de p que maximiza la tasa de entropía y calcular el valor de L correspondiente.

- $H(\mathcal{X}) = \frac{L}{L+1} \, H\left(\frac{1}{2L}, \frac{L-1}{L}, \frac{1}{2L}\right)$

- $H(\mathcal{X}) = \frac{1}{2-p} \, H\left(\frac{1-p}{2}, p, \frac{1-p}{2}\right)$

- $H(\mathcal{X})$:

- $\frac{\partial H(\mathcal{X})}{\partial p} = \frac{1}{(2-p)^2} \cdot H\left(\frac{1-p}{2}, p, \frac{1-p}{2}\right) + \frac{1}{2-p} \cdot H'\left(\frac{1-p}{2}, p, \frac{1-p}{2}\right)$

  - $H\left(\frac{1-p}{2}, p, \frac{1-p}{2}\right) = -2 \cdot \frac{(1-p)}{2} \log_2\left(\frac{1-p}{2}\right) - p \log_2 p$

  - $H'\left(\frac{1-p}{2}, p, \frac{1-p}{2}\right) = \log_2\left(\frac{1-p}{2}\right) - (1-p) \cdot \left(\frac{-1}{1-p}\right) \log_2 e -$

$$- 1 \log_2 p - p \cdot \frac{1}{p} \log_2 e =$$

$$= \log_2\left(\frac{1-p}{2}\right) + \cancel{\log_2 e} - 1 \cancel{\log_2 e} - \log_2 p =$$

$$= \log_2\left(\frac{1-p}{2}\right) + \qquad - \log_2 p$$

- $\frac{\partial H(\mathcal{X})}{\partial p} = \frac{1}{2-p}\left[\frac{1}{2-p}\left[-(1-p)\log_2\left(\frac{1-p}{2}\right) - p \log_2 p\right] + \right.$

$$\left. + \log_2\left(\frac{1-p}{2}\right) + \qquad - \log_2 p\right]$$

- $\frac{\partial H(\mathcal{X})}{\partial p} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2-p}\left[-(1-p)\log_2\left(\frac{1-p}{2}\right) - p \log_2 p\right] +$

$$+ \log_2\left(\frac{1-p}{2}\right) + \qquad - \log_2 p = 0 \Rightarrow$$

$$\cancel{\Rightarrow \log_2\left(\frac{1+p}{2}\right)\left[\frac{p-1}{2-p} + 1\right] + \log_2 p \left[-p - 1\right]} = 0 \Rightarrow$$

$$\cancel{\Rightarrow \log_2\left(\frac{1-p}{2}\right)\left[\frac{\cancel{p}-1+2-\cancel{p}}{2-p}\right] + \log_2 \frac{p}{2}\left[\frac{-1-p}{2}\right]} + \qquad = 0$$

$$\frac{1}{\cancel{2-p}} \cdot \left((1-\cancel{p}-2+\cancel{p})\log\left(\frac{1-p}{2}\right) + (\cancel{p}+2-\cancel{p})\log p\right) = 0$$

$$2\log p - \log\left(\frac{1-p}{2}\right) = 0 \Rightarrow \log p^2 - \log\left(\frac{1-p}{2}\right) = 0 \Rightarrow \log \frac{2p^2}{1-p} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{2p^2}{1-p} = 1 \qquad 2p^2 + p - 1 = 0 \Rightarrow p = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{4} = \begin{cases} \boxed{1/2 = p} \\ \cancel{-1} \end{cases}$$

$$\boxed{L = \frac{1}{1-p} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = \frac{2}{2-1} = 2} \checkmark$$

NOTE BOOK

F) Valor máximo de $H(\mathcal{X})$

- $H(\mathcal{X}) = \frac{2}{3} H\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right) = \frac{2}{3}\left[2 \cdot \frac{1}{4} \cdot 2 + \frac{1}{2}\right] = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} = 1$ bit

G) Analizar la entropía de un símbolo tomado en una posición al azar de la cadena:

- $H(X_n) = H(\mu) = H\left(\frac{1}{2(L+1)}, \frac{L}{L+1}, \frac{1}{2(L+1)}\right) = H\left(\frac{1}{6}, \frac{2}{3}, \frac{1}{6}\right) =$

$= -\frac{2}{6} \log_2 \frac{1}{6} - \frac{2}{3} \log_2 \frac{2}{3} = 1{,}25$ bits

H) Entropía de dos símbolos sucesivos tomados en una posición al azar

- $H(X_n, X_{n-1}) = \underset{\mathcal{X}_{n-1}}{H(X_n)} + H(X_n / X_{n-1}) = H(X_n) + H(\mathcal{X}) =$

$= 1'25 + 1 = 2'25$ bits

I) Entropía de dos símbolos si se sabe que el primero es un indicador de alteración:

- $H(X_n / X_{n-1} = +)$ ó $H(X_n / X_{n-1} = -) \Rightarrow$

$\Rightarrow H(1^a \text{ fila})$ ó $H(3^a \text{ fila}) = H(0, 1, 0) = 0$ bits

J) Estudiar una codificación binaria minimal de esta fuente ternaria que utilice exactamente $H(\mathcal{X})$ bits/símb.

- Código condicionado a =

• ir a +	1/4	11
• ir a −	1/4	10
• permanencia	1/2	0

$\Big\} \; \bar{L}_{=}(C) = \frac{1}{4} \, 2 + \frac{1}{4} \cdot 2 + \frac{1}{2} \, 1 = \frac{3}{2}$ bits/símbolo

- Código condicionado a +
  - ir a = $\Rightarrow \bar{L}_{+}(C) = 0$
- Código condicionado a −
  - ir a = $\Rightarrow \bar{L}_{-}(C) = 0$

$\Big\} \Rightarrow$ no hace falta codificarlos, ya sabemos lo que van a hacer

- La longitud del código total es: $\bar{L}_{TOT}(C) = \frac{2}{3} \bar{L}_{=}(C) + \frac{1}{6} \bar{L}_{+}(C) + \frac{1}{6} \bar{L}_{-}(C) = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = 1$ bi malizar la tasa de entropía para L = 9

$$H(\mathcal{X}) = \frac{9}{10}\, H\left(\frac{1}{18}, \frac{8}{9}, \frac{1}{18}\right) = 0'553$$

)

Código RLE

..o { lo hacemos con L = 9 }

Persistencias en el estado igual:

- buscamos un m / $p^m = \frac{1}{2} \Rightarrow m = 5$

{ $p = \frac{8}{9}$ }

Símbolo	=
Prob. de repetir	8/9
m	5
Long. de repetición	
1	000
2	001
3	010
4	011
5	100
6	1000
7	1001
8	1010
9	1011
10	1100
11	11000
12	11001
⋮	⋮

b) ¿Cuántos símbolos de la fuente se codifican cada vez (por término medio)?

¿En cuántos bits resultan codificados? ¿Nº de bits por símbolo necesarios?

Comparar con la tasa de entropía.

- Símb. de la fuente codificados = $\frac{L}{L+2} = \frac{9}{11}$

- Nº de bits codificados = $\boxed{\frac{1}{(1-p^m)} + (m-1)} = \frac{1}{\left(1-\left(\frac{8}{9}\right)^5\right)} + 4$

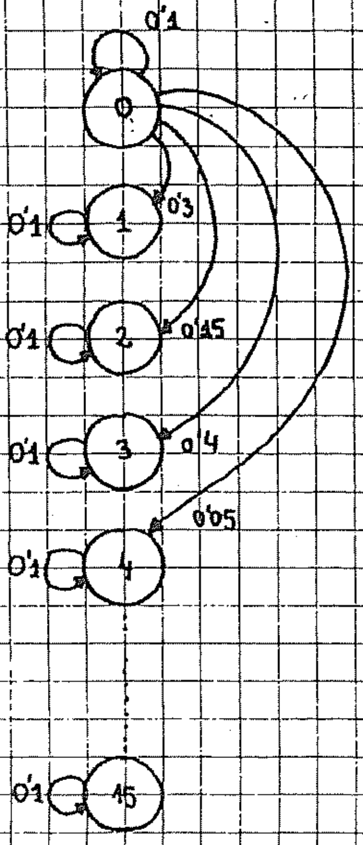
APRENDER DE MEMORIA

- Nº bits / símb. necesarios = $H(\mathcal{X})$

E - I - 30:

Variable digital de módulo hexadecimal (de +15 pasa a +0)

Incrementos oscilan entre +0 y +4 con una distribución del 10%, 30%, 15%, 40% y 5



a) Lectura cualquiera

- Proceso de Markov
  - aperiódico
  - irreducible
  - invariante

$\Rightarrow \exists \mu / \mu = \mu P$

$$\cdot\ P = \begin{bmatrix} 0'1 & 0'3 & 0'45 & 0'4 & 0'05 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0'1 & 0'3 & 0'15 & 0'4 & 0'05 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0'1 & 0'3 & 0'15 & 0'4 & 0'05 & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0'1 & 0'3 & 0'15 & 0'4 & & 0 \\ \vdots & & & & & & & & \\ 0'3 & 0'15 & 0'4 & 0'05 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0'1 \end{bmatrix}_{16 x}$$

- Como la matriz P es simétrica $\Rightarrow$ μ equiprobable $\Rightarrow$

filas y columnas permutaciones
de los mismos elementos y suman lo mismo

$$\Rightarrow \mu = \underbrace{\left(\frac{1}{16}, \frac{1}{16}, \frac{1}{16}, \ldots, \frac{1}{16}\right)}_{16 \text{ veces}}$$

$$H(X) = \underbrace{\frac{1}{16} \log_2 16 + \frac{1}{16} \log_2 16 + \ldots + \frac{1}{16} \log_2 16}_{16 \text{ veces}} =$$

$$= 16 \cdot \frac{1}{16} \log_2 16 = 4 \text{ bits}$$

b) $\cdot\ H(X_n, X_{n+1}, \ldots, X_{n+L}) = H(X_n) + H(X_{n+1}/X_n) + H(X_{n+2}/X_{n+1}, X_n) + \ldots$

L grande

$\ldots + H(X_{n+L}/X_{n+L-1}, X_{n+L-2}, \ldots, X_n) = H(X_n) + (L-1)\, H(X_n/X_{n-1}) =$

Markov

invariante

$= H(\mathcal{X}_n) + (L-1)\,H(\mathcal{X}) = 4 + (L-1)\,H(0'1, 0'3, 0'15, 0'4, 0'05)$

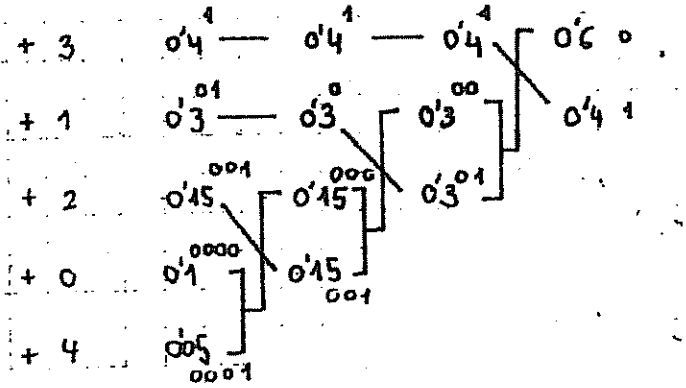
$$\boxed{H(\mathcal{X}) = H(0'1, 0'3, 0'15, 0'4, 0'05)}$$

c)

- Transiciones independientes del estado

+ 0	0'1
+ 1	0'3
+ 2	0'15
+ 3	0'4
+ 4	0'05

⇒



Transición	Probabilidad	Codificación
+ 0	0'1	0000
+ 1	0'3	01
+ 2	0'15	001
+ 3	0'4	1
+ 4	0'05	0001

d)

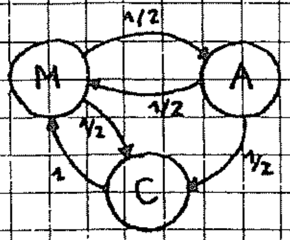
Incremento	P(x)	F(x)	$\bar{F}(x)$	$l_i = \lceil \log_2 \frac{1}{P_i} + 1 \rceil$	Binario	Recortado
+ 0	0'1	0'1	0'05	5	00001	00
+ 1	0'3	0'4	0'25	3	010	010
+ 2	0'15	0'55	0'475	4	0111	011
+ 3	0'4	0'95	0'75	3	110	110
+ 4	0'05	1	0'975	6	111110	111

- $F_n(x) = \sum_{i=1}^{n} P_i(x)$
- $\boxed{\bar{F}(x) = \dfrac{F(x) + F(x-1)}{2}}$
- Procedimiento para codificar en la cara siguiente
- El recortado debe realizarse de manera que el código siga siendo prefijo

	2^{-1} = 0'5	2^{-2} = 0'25	2^{-3} = 0'125	2^{-4} = 0'0625	2^{-5} = 0'03125	2^{-6} = 0'015625
0'05	0	0	0	0	1	
0'25	0	1	0			
0'475	0	1	1	1		
0'75	1	1	0			
0'975	1	1	1	1	1	0

E - I - 35

a)



$$P = \begin{bmatrix} 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$\mu_n = (\mu_M, \mu_A, \mu_C)$

- $\mu_n = \mu_{n-1} \cdot P$
- $\mu_4 = \mu_1 \cdot P^3 = (1,0,0) \begin{bmatrix} 1/4 & 3/8 & 3/8 \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix} = (1/4, 3/8, 3/8) \Rightarrow$
- $\mu_1 = (1,0,0)$

$\Rightarrow H(X_4) = 1'56$ bits

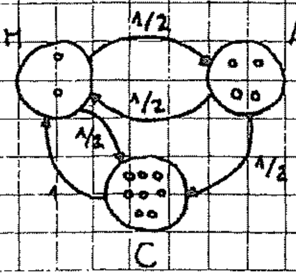
- Teorema:

  - invariante
  - aperiódico
  - irreducible

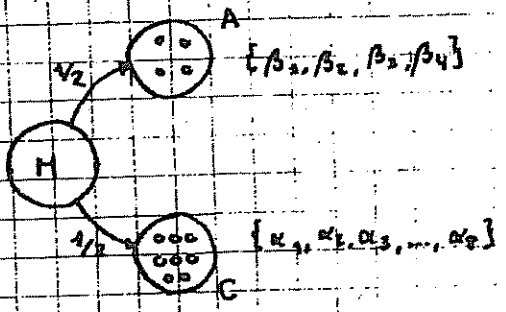
  $\Big\}$ $\exists \mu / \mu = \mu \cdot P$ $\overset{\text{resolviendo el sistema}}{\Rightarrow}$ $\mu = (4/9, 2/9, 3/9)$

- $\underset{n \gg}{H(X_n)} = H(4/9, 2/9, 3/9) = 1'53$ bits

b)

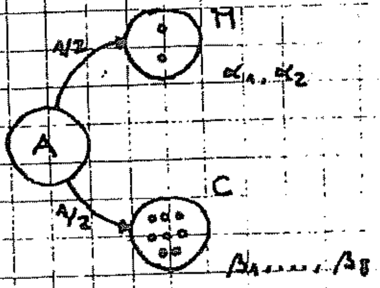


- Incertidumbre símbolo que sucede a clase M:



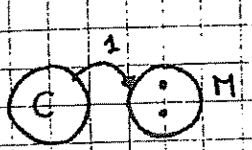
- $H(X_n / X_{n-1} \in M) = H(\frac{1}{2}\alpha_1, \frac{1}{2}\alpha_2, \dots, \frac{1}{2}\alpha_8, \frac{1}{2}\beta_1, \beta_2 \cdot \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{2}\beta_4)$
- La entropía máxima se consigue con α_i y β_i equiprobables
  - $\alpha_i = 1/8$
  - $\beta_i = 1/4$
- $H(X_n / X_{n-1} \in M) = H(\underbrace{\frac{1}{16}, \dots, \frac{1}{16}}_{8 \text{ veces}}, \underbrace{\frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{8}}_{4 \text{ veces}})$
- $H(X_n / X_{n-1} \in M) = 3'5$ bits

- Incertidumbre símbolo que sucede a clase A:



- Análogamente la entropía es máxima cuando
  - $\alpha_i = 1/2$
  - $\beta_i = 1/8$
- $H(X_n / X_{n-1} \in A) = H(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \underbrace{\frac{1}{16}, \dots, \frac{1}{16}}_{8 \text{ veces}})$
- $H(X_n / X_{n-1} \in M) = 3$ bits

- Incertidumbre símbolo que sucede a clase C:



- Análogamente:
  - $H(X_n / X_{n-1} \in C) = H(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) = 1$ bit

c) · <u>Tasa de entropía:</u>

$$\cdot\ H(\mathcal{X}) \underset{\text{TEORÍA}}{=} \cdots = H(X_n / X_{n-1}) = \sum_{x=\{M,A,C\}} H(X_n / X_{n-1} = x) \cdot P_r(X_{n-1} = x) =$$

$$= \frac{4}{9} H(X_n / X_{n-1} \in M) + \frac{2}{9} H(X_n / X_{n-1} \in A) + \frac{3}{9} H(X_n / X_{n-1} \in C) =$$

$$= \frac{4}{9} \cdot 3'5 + \frac{2}{9} \cdot 3 + \frac{3}{9} \cdot 1 = 2'559 \text{ bits}$$

· <u>Tasa de entropía de clases:</u>

$$\cdot\ H_{\text{clases}}(\mathcal{X}) \underset{\text{TEORÍA}}{=} \cdots = H(X_n / X_{n-1}) = \frac{4}{9} H(1^{\text{a}} \text{ fila } P) + \frac{2}{9} H(2^{\text{a}} \text{ fila } P) + \frac{3}{9} H(3^{\text{a}} \text{ fila } P)$$

$$= \frac{4}{9} H\left(0, \cancelto{1}{\frac{1}{2}}, \frac{1}{2}\right) + \frac{2}{9} H\left(0, \cancelto{1}{\frac{1}{2}}, \frac{1}{2}\right) + \frac{3}{9} H\left(1, \cancelto{0}{0}, 0\right) = \frac{2}{3} \text{ bits}$$

d) Ⓜ $\{1/2, 1/2\}$

Ⓐ $\{1/2, 1/4, 1/8, 1/8\}$

Ⓒ $\{1/2, 1/4, 1/16, 1/16, 1/32, 1/32, 1/32, 1/32\}$

$$\cdot\ H(\mathcal{X}) = \frac{4}{9} H(X_n / X_{n-1} \in M) + \frac{2}{9} H(X_n / X_{n-1} \in A) + \frac{3}{9} H(X_n / X_{n-1} \in C)$$

$$\cdot\ H(X_n / X_{n-1} \in M) = H\Big(\underbrace{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{8}, \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{8}}_{\text{Clase A}}, \underbrace{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}, \ldots, \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{32}}_{\text{Clase C}}\Big) =$$

$$= 2'93 \text{ bits}$$

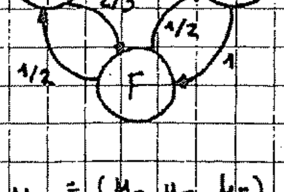
$$\cdot\ H(X_n / X_{n-1} \in A) = 41/16 \text{ bits}$$

$$\cdot\ H(X_n / X_{n-1} \in C) = 1 \text{ bit}$$

$$\cdot\ H(\mathcal{X}) = 1'30 + 0'569 + 0'333 = 2'2023 \text{ bits}$$

<u>PROBLEMA 1 SEPTIEMBRE 2005</u> $\boxed{E - I - 44}$

a)



$$P = \begin{bmatrix} 0 & 1/3 & 2/3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mu_n = (\mu_E, \mu_I, \mu_F)$$

b) • Teorema:

$$\left.\begin{array}{l} \text{- irreducible} \\ \text{- aperiódico} \\ \text{- homogéneo} \end{array}\right\} \Rightarrow \exists \mu \;/\; \mu = \mu \cdot P$$

• $$\mu = (\mu_E, \mu_I, \mu_F) = (\mu_E, \mu_I, \mu_F) \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1/3 & 2/3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \mu_E = \frac{1}{2}\mu_F \longrightarrow \mu_E = \frac{}{13} \\ \mu_I = \frac{1}{3}\mu_E + \frac{1}{2}\mu_F \longrightarrow \mu_I = \frac{4}{13} \\ \mu_F = \frac{2}{3}\mu_E + \mu_I \end{cases}$$

... además $\mu_E + \mu_I + \mu_F = 1 \longrightarrow \frac{1}{2}\mu_F + \frac{1}{6}\mu_F + \frac{1}{2}\mu_F + \mu_F = 1 \Rightarrow \mu_F = \frac{6}{13}$

$$\Rightarrow \mu = \left(\frac{3}{13}, \frac{4}{13}, \frac{6}{13}\right)$$

c) • $\underset{n \gg}{H(X_n)} = H\left(\frac{3}{13}, \frac{4}{13}, \frac{6}{13}\right)$

d) • $H(\mathcal{X}) \underset{\text{TEORÍA}}{=} \ldots\ldots\ldots = H(X_n / X_{n-1}) = \frac{3}{13} \cdot H\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right) + \frac{4}{13} \cdot \underbrace{H(1,0)}_{0} + \frac{6}{13} \cdot \underbrace{H(1/2, 1/2)}_{1} =$

$= \frac{3}{13} H\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right) + \frac{6}{13}$

e) • $H(X_{n+1} / X_n = I) \xrightarrow{P} \mu_{n+1} = \overbrace{(0,1,0)}^{\mu_n} P =$ (2ª fila de P) ; $H(0,0,1) = 0$

• $H(X_{n+2} / X_n = I) \xrightarrow{P^2} \mu_{n+2} = \overbrace{(0,0,1)}^{\mu_{n+1}} \cdot P =$ (3ª fila de P) ; $H\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\right) = 1$ bit

• $H(X_{n+3} / X_n = I) \xrightarrow{P^3} \mu_{n+3} = \overbrace{\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\right)}^{\mu_{n+2}} \cdot P = \left(0, \frac{1}{6}, \frac{5}{6}\right)$; $H\left(0, \frac{1}{6}, \frac{5}{6}\right) =$ 0'65 → 1'65

f) • $H(X_{n+1} / X_n = F) \longrightarrow \mu_{n+1} = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\right) \text{———} H\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\right) = 1$

• $H(X_{n+2} / X_n = F) \longrightarrow \mu_{n+2} = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\right) \cdot P = \left(0, \frac{1}{6}, \frac{5}{6}\right) \longrightarrow H\left(0, \frac{1}{6}, \frac{5}{6}\right)$

• $H(X_{n+3} / X_n = F) \longrightarrow \mu_{n+3} = \left(0, \frac{1}{6}, \frac{5}{2}\right) \cdot P = \left(\frac{5}{12}, \frac{5}{12}, \frac{2}{12}\right) \longrightarrow H\left(\frac{5}{12}, \frac{5}{12}, \frac{2}{12}\right)$

Es lo mismo que en el apartado e) pero con $X_n = F$

g) • Lempel - Ziv en el caso f):

• En este apartado no se puede codificar nada ⇒ lo que hay que hacer es contar la teoría y ya está.

I.9

) → Ganador / día soleado:

		Huffman
A :	0'6	0
B :	0'15	11
C :	0'15	100
D :	0'08	1010
E :	0'02	1011

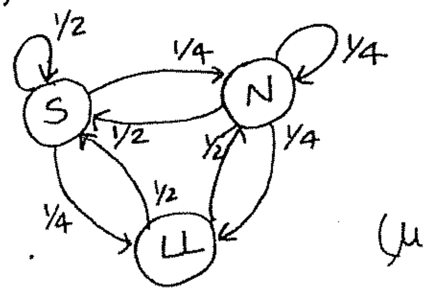
→ Ganador / día nublado:

A :	1/4	10
B :	1/8	110
C :	1/2	0
D :	1/8	111
E :	0	→ no se codifica

→ Ganador / día lluvioso:

A :	0	} no se codifican
B :	0	
C :	1/2	0
D :	1/4	10
E :	1/4	11

b) $H(\mathcal{X})$



$\mu = \mu_E$ ya que
- invariante
- irreducible
- aperiódico

$\mu = (\mu_S, \mu_N, \mu_{LL})$

$$(\mu_S, \mu_N, \mu_{LL}) = (\mu_S, \mu_N, \mu_{LL}) \cdot \begin{pmatrix} 1/2 & 1/4 & 1/4 \\ 1/2 & 1/4 & 1/4 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} \mu_S = \frac{1}{2}\mu_S + \frac{1}{2}\mu_N + \frac{1}{2}\mu_{LL} \\ \mu_N = \frac{1}{4}\mu_S + \frac{1}{4}\mu_N + \frac{1}{2}\mu_{LL} \\ \mu_{LL} = \frac{1}{4}\mu_S + \frac{1}{4}\mu_N \\ \mu_S + \mu_N + \mu_{LL} = 1 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \mu_S = \mu_N + \mu_{LL} \\ \mu_N = \frac{1}{3}\mu_S + \frac{2}{3}\mu_{LL} \\ \mu_S = \frac{1}{2} \rightarrow \mu_N = \frac{3}{10} \rightarrow \mu_{LL} = \frac{1}{5} \end{array}$$

$$\mu = \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{10}, \frac{1}{5}\right)$$

$$\overline{H(\mathcal{X})} = \frac{1}{2} \cdot H\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right) + \frac{3}{10} \cdot H\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{5} H\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{10}\right) \cdot \frac{3}{2} + \frac{1}{5} =$$

$$= \boxed{\frac{7}{5} \text{ bits}}$$

1

) Para el tiempo,

$S\to S$: 1/2 0	$N\to S$: 1/2 0	$LL\to S$: 1/2 0
$S\to N$: 1/4 10	$N\to LL$: 1/4 10	$LL\to N$: 1/2 1
$S\to LL$: 1/4 11	$N\to N$: 1/4 11	$LL\to LL$: 0 → no se codif.

bara codificar el ganador se utiliza el código de a), ya que se hizo suponiendo que se conocía el tiempo

I.16.

a) se expresa la velocidad {Lento, Rápido} → $\{\frac{1}{5}, \frac{4}{5}\}$

$$H\left(\frac{1}{5}, \frac{4}{5}\right) = \frac{1}{5}\log_2 5 + \frac{4}{5}\log_2\frac{5}{4} = 0'722 \text{ bits}$$

b) codificando transiciones : $L\to R$, $L\to L$, $R\to L$, $R\to R$

$R\to L = \frac{4}{25}$

$R\to R = \frac{1}{25}$

$L\to R = \frac{4}{25}$

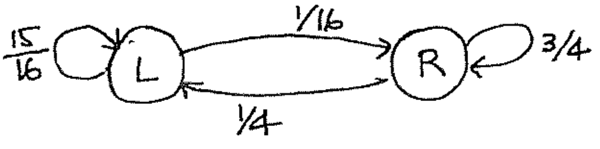
$L\to L = \frac{16}{25}$

L–L: 16/25	16/25	$16/25_0$		0
L–R: 4/25	$5/25_0$	$9/25_1$		11
R–L: $4/25_0$	$4/25_1$			100
$R\to R$ = $1/25_1$				101

$$\overline{L}(C) = 1\cdot\frac{16}{25} + 2\cdot\frac{4}{25} + 3\cdot\frac{4}{25} + 3\cdot\frac{1}{25} = \frac{39}{25} = 1'56 \text{ bits/2 símbolos}$$

$$= 0'78 \text{ bits/símbolo}$$

→ **c)**



$$P = \begin{bmatrix} 15/16 & 1/16 \\ 1/4 & 3/4 \end{bmatrix}$$

El nº mín. de bits que hacen falta es $H(\mathcal{X})$.

Proceso
- aperiódico
- homogéneo
- irreducible

$\Rightarrow \exists \mu / \mu = \mu \cdot P \to (\mu_L, \mu_R) = (\mu_L, \mu_R)\cdot\begin{bmatrix} 15/16 & 1/16 \\ 1/4 & 3/4 \end{bmatrix}$

$$\left.\begin{aligned} \mu_L &= \frac{15}{16}\mu_L + \frac{1}{4}\mu_R \\ \mu_R &= \frac{1}{16}\mu_L + \frac{3}{4}\mu_R \\ \mu_L &+ \mu_R = 1 \end{aligned}\right\} \mu = \left(\frac{4}{5}, \frac{1}{5}\right)$$

$H(X) = \frac{4}{5} \cdot H\left(\frac{15}{16}, \frac{1}{16}\right) + \frac{1}{5} H\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right) = \underline{0'432 \text{ bits}}$

d) Con RLE se codifican las permanencias:

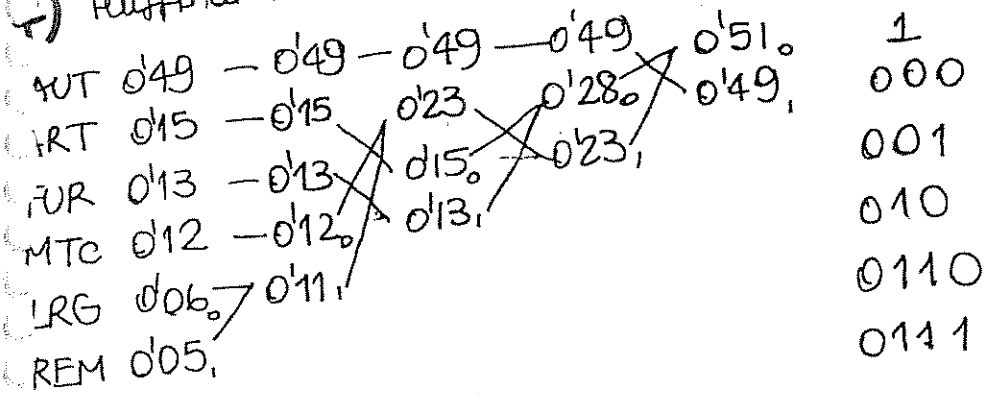
- en L: $\left(\frac{15}{16}\right)^m \simeq \frac{1}{2} \rightarrow m = 10$
- en R: $\left(\frac{3}{4}\right)^m \simeq \frac{1}{2} \rightarrow m = 2$

Símbolo	L	R
Probabilidad	15/16	3/4
m	10	2
Longitud		
1	0000	0
2	0001	1
3	0010	10
4	0011	11
5	0100	110
6	0101	111
7	0110	1110
8	0111	1111
9	1000	11110
10	1001	11111
11	10000	
12	10001	

e) Como se tiene la distribución de probabilidades, habrá que calcular la entropía.

$$H(0'12, 0'49, 0'05, 0'13, 0'15, 0'06) = 0'12 \cdot \log_2 \frac{1}{0'12} + 0'49 \cdot \log_2 \frac{1}{0'49} + 0'05 \cdot \log_2 \frac{1}{0'05} + 0'13 \cdot \log_2 \frac{1}{0'13} + 0'15 \cdot \log_2 \frac{1}{0'15} + 0'06 \cdot \log_2 \frac{1}{0'06} = \underline{2'124 \text{ bits}}$$

f) Huffman:



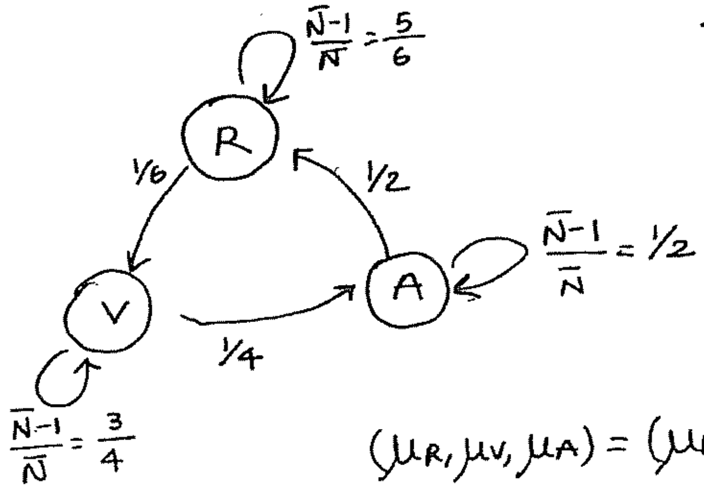
$L(C) = 1 \cdot 0'49 + 3 \cdot (0'15 + 0'13 + 0'12) + 4 \cdot 0'11 = 2'13 \text{ bits}$

21.

a) $\overline{N} = \sum_{i=1}^{\infty} p(i)\cdot i = \frac{1}{1-p}$; $p(n) = p^{n-1}\cdot(1-p)$

$\uparrow$ nº medio de permanencias en 1 estado

$\hookrightarrow p = \frac{\overline{N}-1}{\overline{N}}$



$\mu = (\mu_R, \mu_V, \mu_A)$

$$\Pi = \begin{bmatrix} 5/6 & 1/6 & 0 \\ 0 & 3/4 & 1/4 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \end{bmatrix}.$$

$$(\mu_R, \mu_V, \mu_A) = (\mu_R, \mu_V, \mu_A)\cdot\begin{bmatrix} 5/6 & 1/6 & 0 \\ 0 & 3/4 & 1/4 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \end{bmatrix}$$

$$\left.\begin{aligned} \mu_R &= \frac{5}{6}\mu_R + \frac{1}{2}\mu_A \\ \mu_V &= \frac{1}{6}\mu_R + \frac{3}{4}\mu_V \\ \mu_A &= \frac{1}{4}\mu_V + \frac{1}{2}\mu_A \\ \mu_R + \mu_V + \mu_A &= 1 \end{aligned}\right\} \quad \mu = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}\right)$$

b) $H(X_{n+2}/X_n = R) = H(1^{\text{a}}\text{ fila de }\Pi^2) = H(\mu_{n+2}) = H(\mu_{n+1}\cdot P)$

$H(X_{n+1}/X_n = R) \rightarrow \mu_{n+1} = \mu_n\cdot\Pi = (1,0,0)\cdot\Pi = \left(\frac{5}{6}, \frac{1}{6}, 0\right)$

$H(X_{n+2}/X_n = R) \rightarrow \mu_{n+2} = \mu_{n+1}\cdot\Pi = \left(\frac{5}{6}, \frac{1}{6}, 0\right)\cdot\Pi = \left(\frac{25}{36}, \frac{19}{72}, \frac{1}{24}\right)$

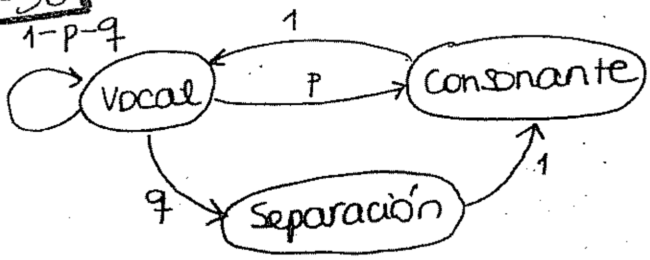
$$H\left(\frac{25}{36}, \frac{19}{72}, \frac{1}{24}\right) = 1'063 \text{ bits}$$

c) $H(X) = \frac{1}{2}\cdot H\left(\frac{5}{6}, \frac{1}{6}, 0\right) + \frac{1}{3}\cdot H\left(0, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{6} H\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) =$

$= \frac{1}{2}\cdot\left[\frac{5}{6}\cdot\log_2\frac{6}{5} + \frac{1}{6}\log_2 6\right] + \frac{1}{3}\cdot\left[\frac{3}{4}\log_2\frac{4}{3} + \frac{1}{4}\log_2 4\right] + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}\cdot 0'65 + \frac{1}{3}\cdot 0'81 + \frac{1}{6}$

$= 0'27 + 0'325 + \frac{1}{6} = 0'762$ bits/pixel

I-38



$\mu = (\mu_v, \mu_c, \mu_s)$

$$\Pi = \begin{bmatrix} 1-p-q & p & q \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow (\mu_v, \mu_c, \mu_s) = (\mu_v, \mu_c, \mu_s) \cdot \begin{bmatrix} 1-p-q & p & q \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\left.\begin{aligned} \mu_v &= \mu_v(1-p-q) + \mu_c \\ \mu_c &= p\cdot\mu_v + \mu_s \\ \mu_s &= q\cdot\mu_v \\ \mu_v + \mu_c + \mu_s &= 1 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &\rightarrow \mu_c = p\cdot\mu_v + q\,\mu_v = (p+q)\cdot\mu_v \\ &\rightarrow \mu_s = q\cdot\mu_v \\ &\mu_v + p\mu_v + q\,\mu_v + q\,\mu_v = 1 \\ &(1+p+2q)\mu_v = 1 \rightarrow \mu_v = \frac{1}{1+p+2q} \end{aligned}$$

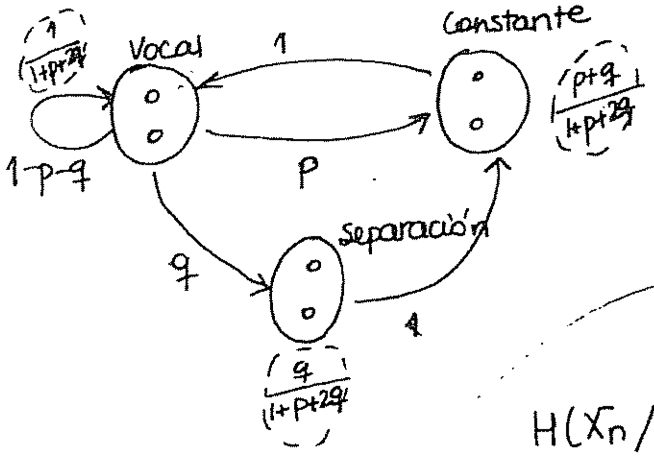
$$\mu_s = \frac{q}{1+p+2q} \; ; \; \mu_c = \frac{p+q}{1+p+2q}$$

$$\mu_E = \left(\frac{1}{1+p+2q}, \frac{p+q}{1+p+2q}, \frac{q}{1+p+2q}\right)$$

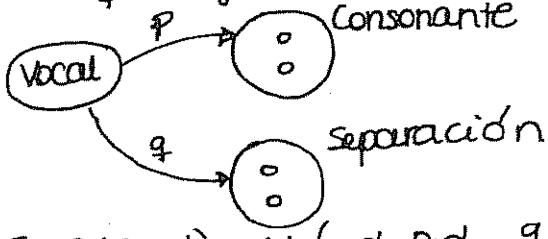
$$H(\mathcal{X}) = \frac{1}{1+p+2q} \cdot H(1-p-q, p, q)$$

$$H(\mathcal{X}) \underset{\uparrow}{=} \frac{1}{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} \cdot H\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2} \cdot \left[2 \cdot \frac{1}{4} \cdot 2 + \frac{1}{2}\right] = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{4} \text{ bits}$$

$p = 1/2$
$q = 1/4$



• Incertidumbre de un símbolo que sigue a una vocal:



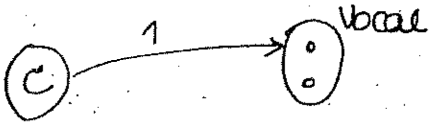
$$H(X_n / X_{n-1} \in \text{vocal}) = H(p\cdot\alpha_1, p\cdot\alpha_2, q\beta_1, q\beta_2) =$$

$$\underset{\uparrow}{=} H\left(\tfrac{1}{2}p, \tfrac{1}{2}p, \tfrac{1}{2}q, \tfrac{1}{2}q\right)$$

$\alpha_i = \beta_i = \frac{1}{2}$ para H máx

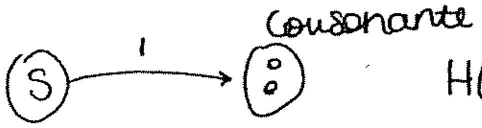
habría que incluir (V)……(V)

Incertidumbre de un símbolo que sigue a una consonante



$$H(X_n/X_{n-1} \in \text{Consonante}) = H(\alpha_1, \alpha_2) \underset{\substack{\uparrow \\ \alpha_i = \frac{1}{2}}}{=} 1$$

Incertidumbre de un símbolo que sigue a un signo de separación:

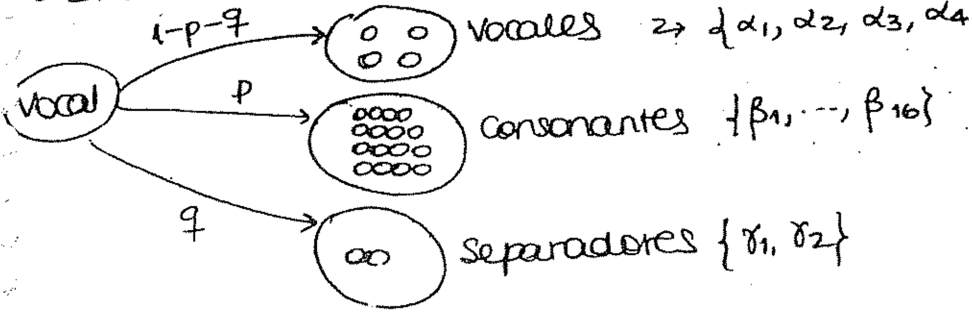


$$H(X_n/X_{n-1} \in \text{separación}) = H(\alpha_1, \alpha_2) \underset{\substack{\uparrow \\ \alpha_i = 1/2}}{=} 1$$

$$h(X) = \dots = H(X_n/X_{n-1}) = \sum_{X_{n-1} \in \{V,C,S\}} H(X_n/X_{n-1}=x) \cdot Pr(X_{n-1}=x) =$$

$$\frac{1}{1+p+2q} \cdot H\left(\frac{1}{2}p, \frac{1}{2}p, \frac{1}{2}q, \frac{1}{2}q\right) + \frac{p+q}{1+p+2q} + \frac{q}{1+p+2q}$$

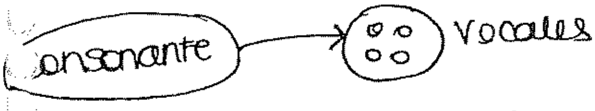
d. • Incertidumbre de un símbolo que sigue a una vocal:



$$H(X_n/X_{n-1} \in \text{Vocal}) = H\left((1-p-q)\alpha_1, \dots, (1-p-q)\alpha_4, p \cdot \beta_1, \dots, p \cdot \beta_{16}, q\gamma_1, q \cdot \gamma_2\right) =$$

$$\underset{\substack{\uparrow \\ \text{máx:} \\ \alpha_i = 1/4 \\ \beta_i = 1/16 \\ \gamma_i = 1/2}}{=} H\left((1-p-q)\frac{1}{4}, (1-p-q) \cdot \frac{1}{4}, (1-p-q) \cdot \frac{1}{4}, (1-p-q) \cdot \frac{1}{4}, \frac{1}{16}p, \dots, \frac{1}{16}p, \frac{1}{2}q, \frac{1}{2}q\right)$$

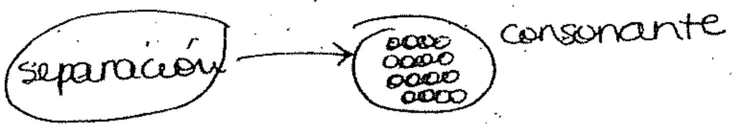
• Incertidumbre de un símbolo que sigue a una consonante:



$$H(X_n/X_{n-1} \in \text{Consonante}) = H(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4) \underset{\substack{\uparrow \\ H\text{máx} \Rightarrow \alpha_i = \frac{1}{4}}}{=} H\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right) =$$

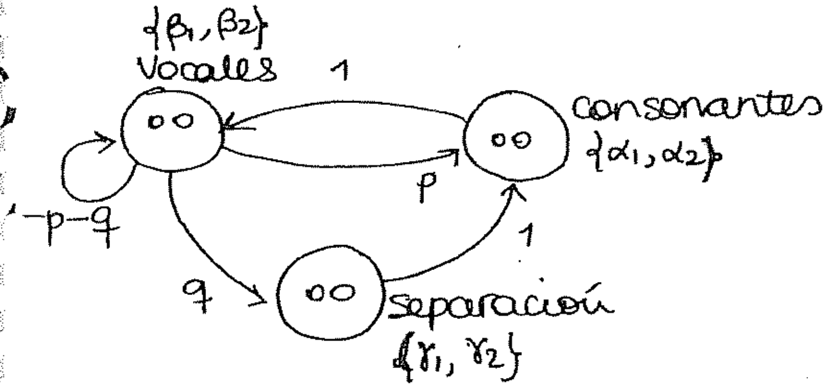
$$= 4 \cdot \frac{1}{4} \log_2 4 = 2 \text{ bits}$$

certidumbre de un símbolo que sigue a una separación:



$$(X_n/X_{n-1} \in \text{Separación}) = H\left(\gamma_1, \dots, \gamma_{16}\right) \underset{\uparrow}{=} H\left(\tfrac{1}{16}, \dots, \tfrac{1}{16}\right) = 16 \cdot \tfrac{1}{16} \log_2 16 = \tfrac{4}{\text{bi}}$$

Hmáx: $\gamma_i = \frac{1}{16}$



$$H(X_1) = H(1 \text{ de las 2 consonantes posibles}) = H(\alpha_1, \alpha_2) \overset{\text{máximo}}{=} 1 \text{ bit}$$

$$H(X_2/X_1 \in \text{consonante}) \underset{\uparrow}{=} H(\beta_1, \beta_2) \underset{\uparrow}{=} H\left(\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}\right) = 1 \text{ bit}$$

sólo puede ser una vocal — máximo

$$H(X_3/X_2 \in \text{Vocal}) = H\left(p \cdot \alpha_1, p \cdot \alpha_2, q \cdot \gamma_1, q\,\gamma_2, (1-p-q) \cdot \beta_1, (1-p-q)\beta_2\right)$$

) $H(X_n) = ?$

$$\Pi = \begin{array}{c|cccccc} & V_1 & V_2 & C_1 & C_2 & S_1 & S_2 \\ \hline V_1 & \frac{1-p-q}{2} & \frac{1-p-q}{2} & p/2 & p/2 & q/2 & q/2 \\ V_2 & " & " & " & " & " & " \\ C_1 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_2 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ S_1 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ S_2 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \end{array}$$

$$\mu_E = (\mu_{V_1}, \mu_{V_2}, \mu_{C_1}, \mu_{C_2}, \mu_{S_1}, \mu_{S_2})$$

$$\mu_{V_1} = \frac{1-p-q}{2} \cdot \mu_{V_1} + \frac{1}{2}\mu_{C_1} + \frac{1}{2}\mu_{C_2} + \frac{1-p-q}{2}\mu_{V_2}$$

$$\mu_{V_2} = \frac{1-p-q}{2}\mu_{V_1} + \frac{1-p-q}{2}\mu_{V_2} + \frac{1}{2}\mu_{C_1} + \frac{1}{2}\mu_{C_2}$$

$$\mu_{C_1} = \frac{p}{2}\mu_{V_1} + \frac{p}{2}\mu_{V_2} + \frac{1}{2}\mu_{S_1} + \frac{1}{2}\mu_{S_2}$$

$$\mu_{C_2} = \frac{p}{2}\mu_{V_1} + \frac{p}{2}\mu_{V_2} + \frac{1}{2}\mu_{S_1} + \frac{1}{2}\mu_{S_2}$$

$$\mu_{S_1} = \frac{q}{2}\mu_{V_1} + \frac{q}{2}\mu_{V_2}$$

$$\left.\begin{array}{l} \mu_{V_1} = \mu_{V_2} = \dfrac{1}{p+2q+1} \\ \mu_{C_1} = \mu_{C_2} = \dfrac{p+q}{p+2q+1} \\ \mu_{S_1} = \mu_{S_2} = \dfrac{q}{p+2q+1} \end{array}\right\} H(X_n) = H\left(\frac{1}{p+2q+1}, \frac{1}{p+2q+1}, \frac{p}{p+2q+1}, \frac{p}{p+2q+1}, \frac{q}{p+2q+1}, \frac{q}{p+2q+1}\right)$$

g) $H(\bar{X}_n, \bar{X}_{n+1}) = H(\bar{X}_n) + H(\bar{X}_{n+1}/\bar{X}_n) = \{\text{apartado f}\} + \{\text{apartado b}\}$

h) codificar transiciones V_1-C_1, V_1-C_2, V_2-C_1, V_2-C_2, ... ?

Huffman de 6 símbolos para vocales pq de 2 vocales se puede ir a 2 vocales, a 2 consonantes y a 2 símb. separaç̄

Para separaç̄ podemos ir a 2 consonantes:

$S - C_1$: 0

$S - C_2$: 1

Para consonantes podemos ir a 2 vocales

$C - V_1$: 0

$C - V_2$: 1

$$p(B/A) = \frac{P(B)\cdot P(\cancel{B/A}A/B)}{P(A)}$$

dit
UPM

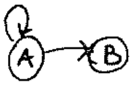
Departamento de Ingeniería de Sistemas Telemáticos
Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicación
Universidad Politécnica de Madrid

TRANSMISIÓN DE DATOS 4 de Febrero de 2006

Conteste cada ejercicio en hojas distintas. Duración: 2 horas 30 minutos. Sin libros ni apuntes. Solo chuleta a entregar.

PROBLEMA 1 (2 puntos)

Se dispone de un analizador de protocolos conectado a una red desconocida. El analizador examina cada datagrama que envía un equipo. De los registros del analizador, se obtiene la siguiente información:

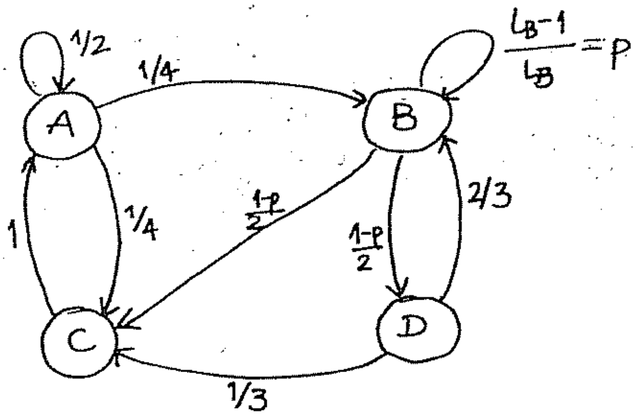


- El equipo manda cuatro tipos de datagramas, {A, B, C, D}.
- El datagrama B es el más abundante, observándose secuencias largas de datagramas sucesivos. La longitud media de dichas secuencias es L_B.
- Tras un datagrama B nunca se observa un datagrama A.
- La entropía al acabar una secuencia de datagramas B es máxima.
- Después de un datagrama C siempre sigue un datagrama A.
- Tras un datagrama D se observan datagramas de tipo B el doble de las veces que de tipo C, y nunca se ven datagramas de tipo A. No hay repeticiones de datagramas de tipo D.
- Nunca se ve un datagrama D tras uno A.
- Tras un datagrama A, el número de veces que se ve un datagrama B o C es igual.
- La entropía tras un datagrama A es de 3/2 bits.

Se pide:

a) Modelar gráficamente el envío de datagramas como una cadena de Markov de primer orden.
b) Determinar la distribución de probabilidades condicionadas a observar un datagrama de tipo A. Se sabe que dicha distribución es D-ádica.
c) Determinar la matriz de probabilidades de transición en función de L_B.
d) Particularizar para el caso $L_B = 8$. Considere este valor para el resto del ejercicio.
e) Razone y argumente si se dan las condiciones para la existencia de una distribución asintótica de probabilidades. En caso afirmativo, calcúlese. Justificar si el sistema es estable o no. ?
f) Calcular la incertidumbre de observar un datagrama después de que el analizador lleve registrando datos mucho tiempo. Justifique su respuesta.
g) Se conecta el analizador y se observa un datagrama de tipo A. Calcular la distribución de probabilidades de las tres siguientes lecturas del analizador (de cada uno de los tres siguientes datagramas).
h) ¿Cuál es la incertidumbre de observar un datagrama tras uno de tipo C? ¿y tras uno de tipo D? ¿Y tras observar el último datagrama de una secuencia completa de datagramas de tipo B?
i) ¿Con cuantos bits por símbolo sería teóricamente posible codificar dicha fuente? Justifique su respuesta.
j) Esquematizar un compresor de esta fuente basado en las probabilidades del sistema.

Tema 1 - febrero 2009



$H(X_n/X_{n-1}=A)=\frac{3}{2}$ bit → eso ocurre con una distribución D-ádica del tipo: $\boxed{\left\{\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{4}\right\}}$

Para la distribución de B: "longitud media de las secuencias de datagramas B es L_B":

$$L_B=\sum_{i=1}^{\infty}p(i)\cdot i=\frac{1}{1-p}\Rightarrow p=\frac{L_B-1}{L_B}$$

$$p(n)=p^{n-1}\cdot(1-p)$$

$\mu=(\mu_A,\mu_B,\mu_C,\mu_D)$

$$\Pi=\begin{bmatrix}1/2 & 1/4 & 1/4 & 0\\ 0 & p & \frac{1-p}{2} & \frac{1-p}{2}\\ 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 2/3 & 1/3 & 0\end{bmatrix};\ \text{donde } p=\frac{L_B-1}{L_B}$$

$L_B=8\longrightarrow p=7/8\longrightarrow\frac{1-p}{2}=1/16$

$$\Pi=\begin{bmatrix}1/2 & 1/4 & 1/4 & 0\\ 0 & 7/8 & 1/16 & 1/16\\ 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 2/3 & 1/3 & 0\end{bmatrix}$$

:) - irreducible
- invariante $\left.\right\}\Rightarrow \exists \mu \,/\, \mu = \mu \cdot P$

$$\mu_A, \mu_B, \mu_C, \mu_D) = (\mu_A, \mu_B, \mu_C, \mu_D) \cdot \begin{bmatrix} 1/2 & 1/4 & 1/4 & 0 \\ 0 & 7/8 & 1/16 & 1/16 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2/3 & 1/3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\left.\begin{array}{l} \mu_A = \frac{1}{2}\mu_A + \mu_C \\ \mu_B = \frac{1}{4}\mu_A + \frac{7}{8}\mu_B + \frac{2}{3}\mu_D \\ \mu_C = \frac{1}{4}\mu_A + \frac{1}{16}\mu_B + \frac{1}{3}\mu_D \\ \mu_D = \frac{1}{16}\mu_B \\ \mu_A + \mu_B + \mu_C + \mu_D = 1 \end{array}\right\}$$

$\rightarrow \mu_A = 2\mu_C \; ; \; \underline{\mu_C = \frac{1}{2} \cdot \mu_A}$

$\rightarrow \frac{1}{8}\mu_B = \frac{1}{4}\mu_A + \frac{2}{3}\mu_D$

$\frac{1}{8}\mu_B = \frac{1}{4}\mu_A + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{16}\mu_B = \frac{1}{4}\mu_A + \frac{1}{24}\mu_B$

$\mu_B = 2\mu_A + \frac{1}{3}\mu_B \; ; \; \underline{\mu_B = 3\mu_A}$

$\mu_D = \frac{1}{16} 3\mu_A$

$$\mu_A + 3\mu_A + \frac{1}{2}\mu_A + \frac{3}{16}\mu_A = 1 \longrightarrow \boxed{\mu_A = \frac{16}{75}} \longrightarrow \mu_B = \frac{16}{25}$$

$$\mu_C = \frac{8}{75}$$

$$\mu_D = \frac{1}{25}$$

$$\mu = \left(\frac{16}{75}, \frac{16}{25}, \frac{8}{75}, \frac{1}{25}\right).$$

Estable $\Leftrightarrow \exists \mu_E$ ⟶ Por lo tanto, el sistema es estable

f) Cuando el analizador lleva registrando datos mucho tiempo está en regimen permanente, por lo que la incertidumbre será la de la distribución estacionaria:

$$\boxed{H(\mu_E)} = H\left(\frac{16}{75}, \frac{16}{25}, \frac{8}{75}, \frac{1}{25}\right) = \frac{16}{75} \cdot \log_2 \frac{75}{16} + \frac{16}{25}\log_2\frac{25}{16} + \frac{8}{75}\log_2\frac{75}{8} + $$

$$+ \frac{1}{25}\log_2 25 = \boxed{1'4177 \text{ bits}}$$

¿$H(X_{n+1}/X_n=A)$, $H(X_{n+2}/X_n=\dots)$, $H(X_{n+3}/X_n=\dots)$:

$X_{n+1}/X_n=A) \longrightarrow \mu_{n+1}=\mu_n\cdot P=(1,0,0,0)\cdot P=\left(\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{4},0\right)$

$X_{n+2}/X_n=A) \rightarrow \mu_{n+2}=\mu_{n+1}\cdot P=\left(\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{4},0\right)\cdot P=\left(\frac{1}{2},\frac{11}{32},\frac{9}{64},\frac{1}{64}\right)$

$(X_{n+3}/X_n=A) \rightarrow \mu_{n+3}=\mu_{n+2}\cdot P=\left(\frac{1}{2},\frac{11}{32},\frac{9}{64},\frac{1}{64}\right)\cdot P=\left(\frac{25}{64},\frac{335}{768},\frac{233}{1536},\frac{11}{512}\right)$

- $H(X_{n+1}/X_n=C) \rightarrow \mu_{n+1}=\mu_n\cdot P=(0,0,1,0)\cdot P=(0,0,0,1)\rightarrow H(1,0,0,0)=0$

$X_{n+1}/X_n=D) \rightarrow \mu_{n+1}=\mu_n\cdot P=(0,0,0,1)\cdot P=\left(0,\frac{2}{3},\frac{1}{3},0\right)\rightarrow H\left(\frac{2}{3},\frac{1}{3}\right)=$

$=\frac{2}{3}\log_2\frac{3}{2}+\frac{1}{3}\log_2 3=$ 0'918 bit

ncertidumbre tras observar el último datagrama de una secuencia completa de datagramas de tipo B? Enunciado: La entropía al cabar una secuencia de datagramas B es máxima

a entropía es máxima con una distribución equiprobable:
ólo se puede ir a C ó a D: $H\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)=2\cdot\frac{1}{2}\cdot\log_2 2=$ 1 bit

con la tasa de entropía: $H(\chi)$

$H(\chi)=\frac{16}{75}\cdot H\left(\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{4}\right)+\frac{16}{25}H\left(\frac{7}{8},\frac{1}{16},\frac{1}{16}\right)+\frac{8}{75}\cdot \overset{\nearrow 0}{H(1,0,0,0)}+\frac{1}{25}H\left(\frac{2}{3},\frac{1}{3}\right)$

con RLE se codificarían las permanencias:

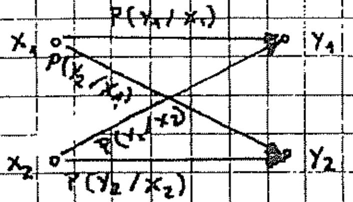
- permanencia en A: $\frac{1}{2}^m=\frac{1}{2}\longrightarrow m=1$
- permanencia en B: $\frac{7}{8}^m=\frac{1}{2}\longrightarrow m=6$

símbolo	A	B
Prob. repetir	1/2	7/8
m	1	6
Longitud		
1	0	000
2	1	001
3	10	010
4	11	011
5	110	100
6	111	101
7	1110	1000
8	1111	1001
9	11110	1010
10	11111	1011
11	111110	1100
12	111111	1101

TEMA 4. CAPACIDAD DE CANAL

1. INTRODUCCIÓN:

- Q ≡ matriz de transición
  - Ejemplo:



$$Q = \begin{bmatrix} P(Y_1/X_1) & P(Y_2/X_1) \\ P(Y_1/X_2) & P(Y_2/X_2) \end{bmatrix}$$

filas ≡ origen
columnas ≡ destino

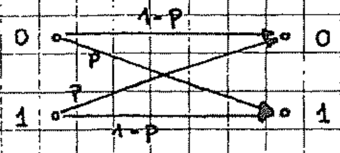
NOTA:

- Q no tiene por qué ser cuadrada
- P sí tiene que ser cuadrada ≡ matriz probl de transición en un proceso invariante.

2. CAPACIDAD DE CANAL

- $\boxed{C = \max_{p(x)} I(X,Y)}$ ≡ máximo de la información mutua entre la entrada y la salida del canal, variando p(x)
- La capacidad de canal es la que es, no depende de p(x); usamos p(x) para calcularla aprovechando más el canal.
- Propiedades:
  - Cumple todas las propiedades de la información mutua:
    - $C \geq 0$
    - $\boxed{C \leq \log_2 |A_x|}$
    - ⋮
- Ejemplos:

1. Canal binario simétrico (BSC) · $\nexists$ de memoria



$$Q = \begin{bmatrix} 1-p & p \\ p & 1-p \end{bmatrix}$$

- $C = \text{máx}_{p(x)} \; I(x;Y)$

Para abreviar

- $I(x;Y) = H(x) - H(x/Y) =$

  $= H(Y) - H(Y/x) \longleftarrow$

- $H(Y/x) = \sum_{x=\{0,1\}} H(Y/x=x) \cdot P_r(x=x) = P_r(x=0) \cdot \overbrace{H(p,1-p)}^{H(p)} +$

  $+ P_r(x=1) \cdot H(p)$

- $H(Y/x) = H(p)$

- $I(x;Y) = H(Y) - H(p)$

- $\text{máx } I(x;Y) \overset{\uparrow}{=} \underline{1 - H(p)}$, Haciendo máx $H(y) \rightarrow H(y) = 1$

  Y equiprobable $\overset{\odot}{\Leftarrow}$ X equiprobable

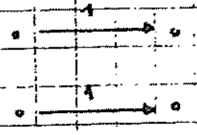
- El problema aquí es que no nos dejan variar la salida, sólo nos dejan variar la entrada así que esto no sería válido. La pregunta es, en función de la entrada ¿podemos conseguir que $H(Y) = 1$? La respuesta es que sí, cuando X equiprobable ⊙

- Sabemos que $H(Y)$ máx $= 1$ porque $H(Y)$ es máxima cuando Y es equiprobable.

- $\boxed{C_{BSC} = 1 - H(p) \text{ (bits)}}$

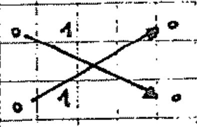
NOTA:

- $\boxed{p=0}$



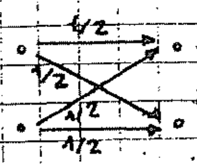
$\underline{C} = 1$ bit $\quad H(0,1)$

$\boxed{p=1}$



$C = 1$ bit $\quad H(1,0)$

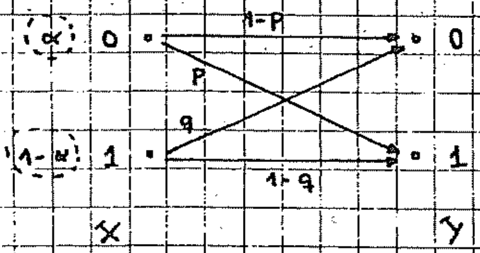
$\boxed{p = 1/2}$



$C = 0$ bit

Un canal que siempre se equivoca es = de bueno que uno que no se equivoca, son igual de ideales

2. Canal binario no simétrico:



$$Q = \begin{bmatrix} 1-p & p \\ q & 1-q \end{bmatrix}$$

- $C = \text{máx}_{P(X)} I(X;Y)$

- $I(X;Y) = H(X) - H(X/Y) =$

$$= H(Y) - H(Y/X) \longleftarrow$$

- $H(Y/X) = \sum_{x=\{0,1\}} H(Y/X=x) \cdot P_r(X=x) = P_r(X=0)\, H(p) + P_r(X=1)\, H(q) =$

$$= \alpha \cdot H(p) + (1-\alpha) \cdot H(q)$$

- $\text{máx}\, I(X;Y) = \text{máx}\, (H(Y) - (\alpha H(p) + (1-\alpha) H(q)))$

- $H(Y) = -P(Y=0) \log_2 P(Y=0) - P(Y=1) \cdot \log_2 P(Y=1) =$

$$= -[\alpha(1-p) + (1-\alpha) q] \log_2 [\alpha(1-p) + (1-\alpha) q] -$$

$$- [\alpha p + (1-\alpha)(1-q)] \log_2 [\alpha p + (1-\alpha)(1-q)]$$

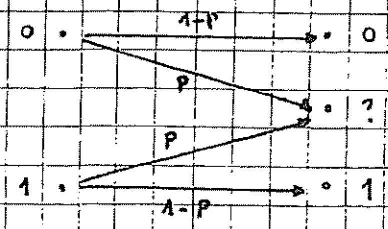
- $P(Y=0) = \alpha(1-p) + (1-\alpha) q$
- $P(Y=1) = \alpha p + (1-\alpha)(1-q)$

$\Big\} \triangleleft$ Tª Probabilidad Total

$$P(Y=i) = \sum_{\forall j} P(X=j) P(Y/X=j)$$

- $\text{máx}\, I(X,Y) \Rightarrow \frac{\partial I(X,Y)}{\partial \alpha} = 0 \Rightarrow \alpha_{\text{ópt}} \Rightarrow C$

3 Canal con borrado:



- Canal muy bueno
- Nunca puede equivocarse de verdad
- $\boxed{C = 1 - p}$ (bits)

4. Canal simétrico o débilmente simétrico:

- **Simétrico:** en filas y columnas permutaciones de los mismos elementos

  Las filas y columnas suman 1.

  - Ejemplo:

$$Q = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/4 & 1/4 \\ 1/4 & 1/2 & 1/4 \\ 1/4 & 1/4 & 1/2 \end{bmatrix} \qquad C = \log_2 3 - H\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$$

- **Débilmente simétrico:** filas con permutaciones de los mismos elementos

  Columnas suman lo mismo.

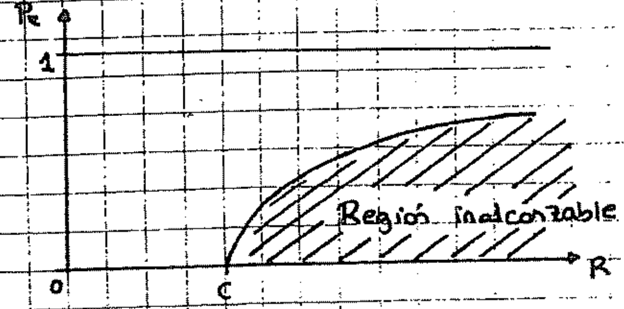
  - Ejemplo:

$$Q = \begin{bmatrix} 1/3 & 1/6 & 1/2 \\ 1/3 & 1/2 & 1/6 \end{bmatrix} \qquad C = \log_2 3 - H\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{2}\right)$$

- $\boxed{C = \log_2 |Y| - H(\text{fila})}$

TEOREMA DE CODIFICACIÓN:

- Teorema:
  - Si $R < C$ ⇒ podemos tener una P_e tan pequeña como queramos (nunca nula)
  - Si $R \geq C$ ⇒ aparece una P_e mínima o umbral por debajo de la cual no podemos transmitir



- Límite de Fano:
  - $P_e^{(n)} \geq 1 - \frac{C}{R} - \frac{1}{nR}$ $\qquad R = \frac{\log_2 M}{n}$ bits/símbolo $= I(X;Y)$
  - $\boxed{H(X^n/Y^n) \leq 1 + P_e^{(n)} \cdot n \cdot R}$

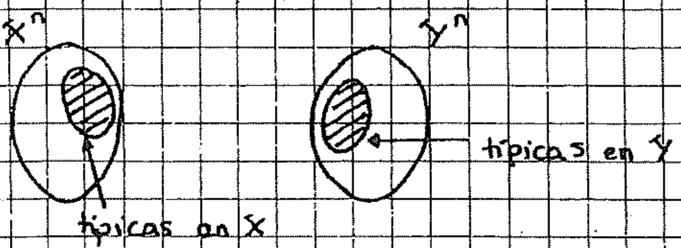
- Secuencias conjuntamente típicas:

- X^n → tiende a ser típica con $n \to \infty$

  $|A_{\epsilon_x}^n| = 2^{nH(X)}$

- Y^n → tiende a ser típica con $n \to \infty$

  $|A_{\epsilon_y}^n| = 2^{nH(Y)}$

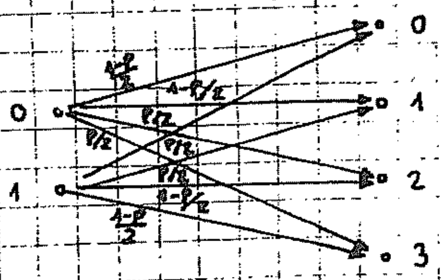


- Secuencias conjuntamente típicas:
  - Dos secuencias son conjuntamente típicas $\Leftrightarrow$
    - $\{|-1/n \log_2 P(X^n) - H(X)| < \epsilon\}$ X^n sea típica
    - $\{|-1/n \log_2 P(Y^n) - H(Y)| < \epsilon\}$ Y^n sea típica
    - $\{|-1/n \log_2 P(X^n, Y^n) - H(\bar{X}, \bar{Y})| < \epsilon\}$ algo más
- Propiedades:
  - $P\{X^n, Y^n \in A_\epsilon^n\} \to 1$ cuando $n \to \infty$ ∴ { en el infinito todas las secuenc tienden a ser conjuntamente típ
  - $2^{n(H(X,Y)-\epsilon)} \leq |A_\epsilon^n| \leq 2^{n(H(X,Y)+\epsilon)}$
  - $P(X^n, Y^n) \leq 2^{-n(H(X,Y)+\epsilon)}$
  - Probabilidad de que siendo Y^n típica, X^n sea conjuntamente típica con Y^n
    - $P \simeq 2^{-nH(X/Y)}$
  - Probabilidad de que dos secuencias típicas generadas independientemente sean conjuntamente típicas
    - $P \leq 2^{-nI(X,Y)}$

BLEMAS:

I - 12:

$$= \begin{bmatrix} \frac{1-P}{2} & \frac{1-P}{2} & P/2 & P/2 \\ P/2 & P/2 & \frac{1-P}{2} & \frac{1-P}{2} \end{bmatrix}$$



- Aquí no lo podríamos aplicar, pero si nos diéramos cuenta de que se trata de un canal debilmente simétrico podríamos decir:
  - $C = \log_2 4 - H(\text{fila}) = 2 - H\left(\frac{1-P}{2}, \frac{1-P}{2}, \frac{P}{2}, \frac{P}{2}\right)$

- $C = \max_{P(x)} I(x;Y)$

$I(x;Y) = H(Y) - H(Y/x)$

$H(Y/x) = H(\text{fila}) = H\left(\frac{1-P}{2}, \frac{1-P}{2}, \frac{P}{2}, \frac{P}{2}\right)$

$I(x;Y) = H(Y) - H\left(\frac{1-P}{2}, \frac{1-P}{2}, \frac{P}{2}, \frac{P}{2}\right)$

$C = \max_{P(x)} I(x;Y) \overset{\uparrow}{=} \log_2 4 - H(\text{fila}) = 2 - H(\text{fila})$

Y equiprobables ⇐ X equiprobables

$C = 2 - \left[-\frac{(1-P)}{2} \log_2 \frac{1-P}{2} - \frac{(1-P)}{2} \log_2 \frac{1-P}{2} - \frac{P}{2} \log_2 \frac{P}{2} - \frac{P}{2} \log_2 \frac{P}{2} \right] =$

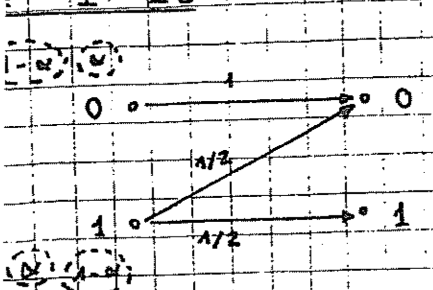
$= 2 - [-(1-p)(\log_2(1-p) - \log_2 2) - p(\log_2 p - \log_2 2)] =$

$= 2 - [-(1-p)\log_2(1-p) - p\log_2 p + \log_2 2(1-p+p)] =$

$= 2 - [H(p) + 1] = 1 - H(p) \equiv C_{BSC}$

SIEMPRE ∴ de memoria

I - 23:



- $C = \max_{P(x)} I(X;Y)$
- $I(X;Y) = H(Y) - H(Y/X)$

$$\therefore H(Y) = -\left[(1-\alpha) + \frac{\alpha}{2}\right] \log_2 \left[(1-\alpha) + \frac{\alpha}{2}\right] - \left[\frac{\alpha}{2} \log_2 \frac{\alpha}{2}\right]$$

$$\therefore H(Y/X) = (1-\alpha)\,\cancel{H(1,0)} + \alpha\, \cancelto{1}{H\left(\frac{1}{2}\right)}$$

- $I(X,Y) = -\left[(1-\alpha) + \frac{\alpha}{2}\right] \log_2 \left[(1-\alpha) + \frac{\alpha}{2}\right] - \left[\frac{\alpha}{2} \log_2 \frac{\alpha}{2}\right] - \alpha$
- $\frac{\partial I(X,Y)}{\partial \alpha} = -\left(\left[-1 + \frac{1}{2}\right] \log_2 \left[(1-\alpha) + \frac{\alpha}{2}\right] + \left[(1-\alpha) + \frac{\alpha}{2}\right] \left(\frac{-1 + 1/2}{(1-\alpha) + \alpha/2}\right) \log_2 e\right.$

$$- \left[\frac{1}{2} \log_2 \frac{\alpha}{2} + \frac{\alpha}{2} \frac{1/2}{\alpha/2} \log_2 e\right] - 1 =$$

$$= -\left(-\frac{1}{2} \log_2 \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) + \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \cdot \frac{-1/2}{1 - \alpha/2} \log_2 e\right) - \left(\frac{1}{2} \log_2 \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{2} \log_2 e\right.$$

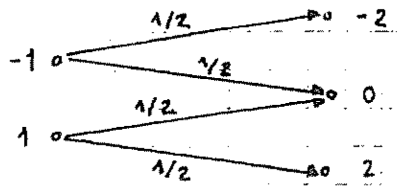
$$= \frac{1}{2} \log_2 \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) + \frac{1}{2} \log_2 e - \frac{1}{2} \log_2 \frac{\alpha}{2} - \frac{1}{2} \log_2 e - 1 =$$

$$= \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{2 - \alpha/2}{\alpha/2}\right) - 1 = 0 \Rightarrow \log_2 \left(\frac{2-\alpha}{\alpha}\right) = 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2-\alpha}{\alpha} = 4 \Rightarrow 2 - \alpha = 4\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{2}{5}$$

- $C = I(X;Y)\Big|_{\alpha = 2/5} = 0'3219 \text{ (bits)}$

E - I - 28:



- $C = \max_{P(x)} I(X;Y)$
- $I(X;Y) = H(Y) - H(Y/X)$
  - $H(Y/X) = P(X=-1) \cdot \cancelto{1}{H\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\right)} + P(X=1) \cdot \cancelto{1}{H\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\right)} = 1$
- $I(X;Y) = H(Y) - 1$
  - $H(Y) = -P(Y=-2) \log_2 P(Y=-2) - P(Y=0) \log_2 P(Y=0) - P(Y=2) \cdot \log_2 P(Y$
  - $P(Y=-2) = \frac{1}{2} \alpha$
  - $P(Y=0) = \frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}(1-\alpha) = \frac{1}{2}$
  - $P(Y=2) = \frac{1}{2}(1-\alpha)$

14

- $H(Y) = -\frac{1}{2}\alpha \log_2 \frac{\alpha}{2} - \frac{1}{2}\log_2 \frac{1}{2} - \frac{1}{2}(1-\alpha)\log_2 \frac{1}{2}(1-\alpha) =$

$$= \frac{\alpha}{2}\left[\log_2 2 - \log_2 \alpha\right] + \frac{1}{2} + \frac{1-\alpha}{2}\left[\log_2 2 - \log_2(1-\alpha)\right] =$$

$$= \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{1-\alpha}{2}\right)\log_2 2 + \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2}\log_2 \alpha - \frac{(1-\alpha)}{2}\log_2(1-\alpha)$$

$$= 1 - \frac{1}{2} H(\alpha)$$

- $I(x;Y) = 1 + \frac{1}{2}H(\alpha) - 1 = \frac{1}{2}H(\alpha)$

- $C = \max_{\alpha}\left[\frac{1}{2}H(\alpha)\right] \underset{\substack{\uparrow \\ \alpha=\frac{1}{2}}}{=} \frac{1}{2}\cdot 1 = \frac{1}{2}$

TEMA 5. CÓDIGOS LINEALES

1. ESQUEMA GENERAL:

Nos olvidamos del codificador de fuente de Huffman

$m(K) \equiv$ mensaje de K bits

$m_c(n) \equiv$ mensaje codificado de n bits con $n > K$

$m_r(n) \equiv$ mensaje recibido de n bits

$\hat{m}(K) \equiv$ estimación del mensaje de K bits

- Supuestos:
  - Codifico porque el canal tiene pérdidas
  - El alfabeto siempre es binario (0,1)
  - El canal siempre es BSC
  - Trabajamos cumpliendo el Teorema de codif. de canal

    $\Rightarrow$ si $\frac{K}{n} <$ cap. canal $\Rightarrow p(\hat{m}(k) \neq m(K)) < \epsilon$

NOTA: Cambio de notación:

- Según la notación de antes tendríamos un código $C(2^K, n)$
- ahora se llama $C(n,K) \Rightarrow$ recibiendo K bits de la fuente, lo codifico con n bits

NOTA:

- número de mensajes posibles de la fuente $= 2^K$
- número de mensajes posibles en el canal $= 2^n$ $\Big\} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ como mando 2^K mensajes, sólo tengo 2^K mensajes válidos de los 2^n del canal $\Rightarrow$ mando 2^K mensajes pero de longitud n

$\Rightarrow$ El canal sí genera 2^n palabras diferentes por ruido, distorsión.

$\Rightarrow$ El decodificador elimina las opciones imposibles y decide entre 2^K palabras de K bits

ALGUNAS DEFINICIONES:

- Códigos bloque:
  - El codificador transforma 2^K k-tuplos binarios en 2^K n-tuplos binarios. Estas 2^K n-tuplas binarias se llaman código bloque.
- Códigos lineales:
  - Un código $C(n,K)$ es lineal $\Leftrightarrow$ el conjunto de las 2^K palabras código forman un subespacio vectorial V_n de dimensión K con las operaciones $+$ y $\cdot$.

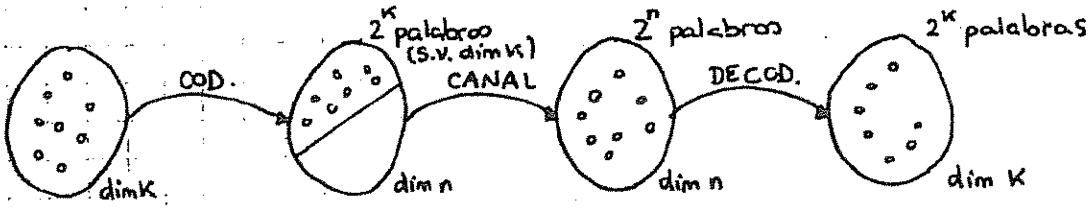
Se definen:

XOR

+	0	1
0	0	1
1	1	0

AND

·	0	1
0	0	0
1	0	1



$\bar{u} = (u_1, \ldots, u_K)$ $\bar{v} = (v_1, \ldots, v_n)$ $\bar{r} = (r_1, \ldots, r_n)$ $\hat{u} = (\hat{u}_1, \ldots, \hat{u}_n)$

- Propiedad:
  - Si C es lineal:
    - $\bar{u}, \bar{v} \in C \Rightarrow \bar{u} + \bar{v} \in C$

3. MATRIZ GENERADORA G:

- Puesto que $C(n,K)$ lineal forma un subespacio vectorial de dimensión K de vectores n-tuplos binarias, es posible encontrar K palabras código linealmente independientes $g_0, g_1, \ldots, g_{K-1} \in C$ tal que $\bar{v} = u_0 g_0 + u_1 g_1 + \ldots + u_{K-1} g_{K-1}$ siendo u_i las coordenadas de $\bar{v}$ en esa base.
- Se define:

$$G = \begin{bmatrix} g_0 \\ g_1 \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{00} & g_{01} & \cdots & g_{0\,n-1} \\ g_{10} & g_{11} & \cdots & g_{1,n-1} \\ \vdots & & & \vdots \end{bmatrix}$$

- Por lo tanto:

- $\boxed{\bar{v}_{(n)} = \bar{u}_{(k)} \cdot G_{(k \times n)}}$ siendo $\bar{u}$ la palabra código a codificar y $\bar{v}$ la palabra código codificada

- Ejemplo:

C (7,4)

$$G = \begin{bmatrix} g_0 \\ g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

si $\bar{u} = (1101)$ ¿$\bar{v}$?

- $\bar{v} = \bar{u} \cdot G = 1 \cdot (1101000) + 1 \cdot (0110100) + 0 \cdot (1110010) +$

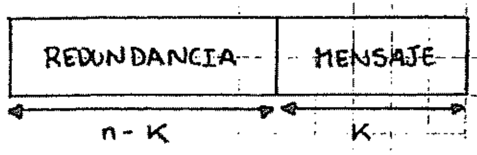
$+ 1 \cdot (1010001) = (0001101)$

- $\bar{v} = \bar{u} \cdot G =$

$$\begin{array}{r} 1\,1\,0\,1\,0\,0\,0 \\ +\ 0\,1\,1\,0\,1\,0\,0 \\ \underline{1\,0\,1\,0\,0\,0\,1} \\ (0\,0\,0\,1\,1\,0\,1) \end{array}$$

1. Forma de codificación sistemática:

- La palabra código se divide en 2 partes:



- Ejemplo: el de antes:

$\bar{u} = (1101) \longrightarrow \bar{v} = (000\ \underbrace{1101}_{\text{Mensaje}})$

- En estos casos, la matriz G toma la siguiente forma:

$$\cdot\ G = \begin{bmatrix} g_0 \\ g_1 \\ \vdots \\ g_{k-1} \end{bmatrix} = \left[\underbrace{\begin{matrix} P_{00} & P_{01} & \cdots & P_{0,n-k-1} \\ P_{10} & P_{11} & \cdots & P_{1,n-k-1} \\ \vdots & & & \\ P_{k-1,0} & \cdots & \cdots & P_{k-1,n-1} \end{matrix}}_{\text{Matriz } P_{k \times (n-k)}} \middle| \underbrace{\begin{matrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{matrix}}_{\text{Matriz } I_{k \times k}} \right]_{(k \times n)}$$

- $\boxed{G = [P \mid I_K]}$

- Los K primeros bits por la derecha de una palabra código $\bar{v}$ son idénticos a los dígitos de información $u_0, u_1, \ldots, u_{K-1}$ que codificamos, y los n-k bits de redundancia son sumas lineales de los bits de información.

Ecuaciones de paridad:

- Nos dan las ecuaciones explícitas que debe cumplir $\bar{v}$ en el caso sistemático, si desarrollamos las matrices

$$\begin{cases} v_j = u_j & \text{para } j = n-k, \ldots, n-1 \\ v_j = \sum_i P_{ij} \cdot u_i & \text{para } j = 0, \ldots, n-k-1 \end{cases}$$

- Ejemplo: el de antes:

$$\left.\begin{array}{l} \bar{v} = (v_0\ v_1\ v_2\ v_3\ v_4\ v_5\ v_6) \\ \bar{u} = (u_0, u_1, u_2, u_3) \\ G \end{array}\right\} \Rightarrow \bar{v} = \bar{u} \cdot G \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \left.\begin{array}{l} v_0 = u_0 + u_2 + u_3 \\ v_1 = u_0 + u_1 + u_2 \\ v_2 = u_1 + u_2 + u_3 \end{array}\right\} \text{Redundancia (sumas lineales de los bits de info.)} \\ \left.\begin{array}{l} v_3 = u_0 \\ v_4 = u_1 \\ v_5 = u_2 \\ v_6 = u_3 \end{array}\right\} \text{Palabra mensaje repetida} \end{cases}$$

NOTA: $G = [P \mid I]$

↳ no es casualidad que esto sea la matriz identidad ⇒ copia los bits de información y los repite.

NOTA: Si nos pidieran en el examen dar los bits de información antes que los de redundancia sólo habría que cambiar los bloques de G: $\boxed{G = [I \mid P]}$

4. MATRIZ H:

- La matriz H es una matriz de comprobación de paridad del código lineal generado por G
- Se utiliza para saber si una palabra $\bar{v}'$ recibida pertenece al código C, o, lo que es lo mismo, ha sido generada por G.
  - Si $\bar{v}' \in C \Rightarrow \bar{v}' \cdot H^T = 0 \Rightarrow$ no sabemos si hay error o no, sólo sabemos que $\bar{v}'$ pertenece al código
  - Si $\bar{v}' \cdot H^T \neq 0 \Rightarrow$ seguro que hay error

los vectores de G so
perpendiculares a los d

- Si $G = [P \mid I_k] \Rightarrow \boxed{H = [I_{n-k} \mid P^T]_{(n-k,n)}}$ y se cumple $G \cdot H^T = 0$

NOTA FUNDAMENTAL:

$$H = \underbrace{\begin{bmatrix} h_0 \\ h_1 \\ \vdots \\ h_{n-k-1} \end{bmatrix}_{(n-k,n)}}_{n \text{ bits}}$$

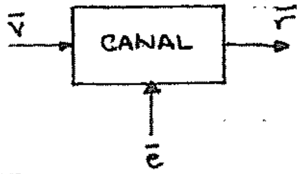
siendo $h_0, h_1, \ldots, h_{n-k-1}$ $n-k$ vectores independientes, por lo que H genera un código lineal $C(n, n-k) \Rightarrow$

$\Rightarrow$ El dual de $C(n,k)$

- $C(n,k)$:
  - Matriz generadora: $G = [P \mid I_k]$
  - Matriz comprobadora de paridad: $H = [I_{n-k} \mid P^T]$
- $C_d(n, n-k)$:
  - Matriz generadora: H
  - Matriz comprobadora de paridad: G

NOTA: $C_d(n,n-k)$ no tiene por qué ser el subespacio vectorial complementario de $C(n,k) \Rightarrow$ la suma de los dos no tiene por qué ser el espacio completo.

5. SÍNDROME:



$\bar{v}$ ≡ palabra código generada

$\bar{r}$ ≡ vector recibido ⇒ puede ser distinto de $\bar{v}$

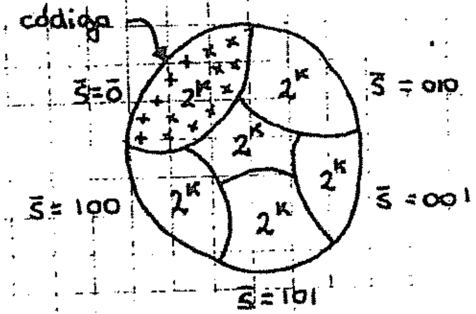
$\bar{e}$ ≡ error

Se define:

- $\boxed{\bar{s} = \bar{r} \cdot H^T}$ ≡ síndrome de $\bar{r}$
  - si $\bar{r} \in C \Rightarrow \bar{r} \cdot H^T = 0 \Rightarrow \bar{s} = \bar{0}$
  - si $\bar{r} \notin C \Rightarrow \bar{r} \cdot H^T \neq 0 \Rightarrow \bar{s} \neq \bar{0}_{(n-k)}$

Explicación:

- En el espacio vectorial hay 2^{n-K} sacos. Cada saco se llama cogrupo y tiene un síndrome $\bar{s}$ y 2^K elementos:



- al calcular el síndrome, se en que "saco" está el error.
- El error $\bar{e}$ estimado, el más probable, siempre es el que tenga peso mínimo, menor número de unos y se llama líder del cogrupo

- $\bar{r} = \bar{v} + \bar{e}$
  - ↳ enviada, no conocida
  - ↳ recibida, conocida

NOTA: que $\bar{s} = \bar{0}$ implica $\bar{r} \in C$ pero no implica que no hay error, porque puede ser que $\bar{v} \neq \bar{r}$ aunque $\bar{v}$ y $\bar{r} \in C \Rightarrow$ Se pueden producir errores indetectables. Como hay $2^K - 1$ palabras código no nulas, hay $2^K - 1$ errores indetectables (no hay código que detecte el error en el saquito con síndrome $\bar{s} = \bar{0}$).

- Ejemplo: el de antes

$$H = \left[I_{n-K} \mid P^T \right] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow H^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

si $\bar{r} = (1\,0\,1\,1\,1\,0\,0)$

$$\bar{s} = \bar{r} \cdot H^T \Rightarrow \left\{ \begin{bmatrix} s_0 = r_0 + r_3 + r_5 + r_6 \\ s_1 = r_1 + r_3 + r_5 + r_6 \\ s_2 = r_2 + r_4 + r_5 + r_6 \end{bmatrix} \right\} \Rightarrow \bar{s} = \bar{r} \cdot H^T = (000) = \bar{0} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \bar{r} \in C$

NOTA:

- $\bar{r} = \bar{v} + \bar{e} \Rightarrow \bar{s} = \bar{r} \cdot H^T = (\bar{v} + \bar{e}) \cdot H^T = \underbrace{\bar{v} \cdot H^T}_{0} + \bar{e} \cdot H^T = \bar{e} \cdot H^T$
- $\boxed{\bar{s} = \bar{e} \cdot H^T}$
- El síndrome no depende de la palabra código, sólo del error

NOTA: ¿Cuántas palabras recibidas generan el mismo síndrome?

- si $\bar{s} = \bar{0}$ $\Rightarrow$ tenemos todas las palabras código que lo cumplen $\Rightarrow$ son los errores no detectables (2^k) $\Rightarrow$ 2^k posibles errores generan ese síndrome.
- Cada síndrome tiene 2^k errores posibles

- Conclusiones:
  - El síndrome de un vector recibido permite detectar sólo una parte de los errores del canal, no corregirlos.
  - Un mismo síndrome puede corresponder a varios vectores de error (2^k), pero sólo a uno para corregirlo. Si el canal es BSC, el vector de error más probab es el que se usa en la corrección, y éste es el que tiene menor número de unos.

- Ejemplo: el de antes

$$\bar{v} = (1001011) \xrightarrow{\text{CANAL}} \bar{r} = (1001001)$$

- El receptor calcula el síndrome:

$$\bar{s} = \bar{r} \cdot H^T = (111)$$

- Ahora intenta determinar el verdadero error de e.
- Lo único que sabemos es que el síndrome cumple:

$$\begin{cases} 1 = e_0 + e_3 + e_5 + e_6 \\ 1 = e_1 + e_3 + e_4 + e_5 \\ 1 = e_2 + e_4 + e_5 + e_6 \end{cases}$$

- porque $\bar{s} = \bar{e} \cdot H^T$

- Sabemos que hay 2^k $(2^4 = 16)$ errores distintos para este $\bar{s}$ que son:

- (0000010)

15

- (1 0 1 0 0 1 1)
- (0 1 1 0 1 1 0)

⋮

- Hemos dicho que el decodificador escoge aquel que es más probable ⇒

⇒ el que tiene menor número de unos ⇒ (0 0 0 0 0 1 0)

- Luego $\bar{v}_{corregido} = \bar{r} + \bar{e}_{escogido} = (1\,0\,0\,1\,0\,0\,1) + (0\,0\,0\,0\,0\,1\,0) =$

$= (1\,0\,0\,1\,0\,1\,1)$ ⇒ correcto !

DISTANCIA MÍNIMA:

1. Peso Hamming o peso:

- $\omega(\bar{v}) \equiv$ número de bits distintos de cero
- Ejemplo: $\omega(1\,0\,0\,1\,0\,1\,0) = 3$

2. Distancia Hamming o distancia:

- $d(\bar{v},\bar{w}) \equiv$ número de bits que $\bar{v}$ y $\bar{w}$ no tienen en común o tienen distintos.
- Ejemplo: $\left.\begin{array}{l}\bar{v}=(1\,0\,0\,1\,0\,1\,0)\\ \bar{w}=(1\,1\,1\,1\,0\,1\,0)\end{array}\right\} d(\bar{v},\bar{w}) = 2$
- Propiedades:
  - $\bar{u},\bar{v},\bar{w} \in C \Rightarrow d(\bar{v},\bar{w}) + d(\bar{u},\bar{v}) > d(\bar{u},\bar{w})$
  - $\bar{u},\bar{v} \in C \Rightarrow d(\bar{u},\bar{v}) = \omega(\bar{u}+\bar{v})$

3. Distancia mínima de un código:

- $d_{mín} = \text{mín}\{\, d(\bar{v},\bar{w}) \,/\, \bar{v},\bar{w} \in C,\ \bar{v} \neq \bar{w} \,\} \equiv$ mínima distancia entre dos palabras código
- En un código lineal, como $\bar{u} + \bar{w} \in C \Rightarrow$

$\Rightarrow d_{mín} = \text{mín}\{\, \omega(\bar{v}+\bar{w}) \,/\, \bar{v},\bar{w} \in C \Rightarrow \bar{v},\bar{w} \in C$ con $\bar{v} \neq \bar{w} \,\} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ como $\bar{x} = \bar{v} + \bar{w} \in C \Rightarrow \boxed{d_{mín} = \omega_{min}}$

- Teorema:
  - la distancia mínima de un código lineal bloque es igual al peso mínimo de sus palabras distintas de cero
- Teorema:
  - Sea C(n, K) un código lineal con su matriz H. La distancia mínima de C es igual al menor número de columnas de H que suman cero.
  - Ejemplo: el de antes

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Como ninguna columna es todo ceros ni hay dos iguales ⇒ seguro que $d_{min} \geq 3$

Como $c_2 + c_0 + c_6 = 0 \Rightarrow d_{min} = 3$

1. Miramos si existe la columna de todo ceros:
   - si existe ⇒ $d_{min} = 1$
   - si no existe ⇒ $d_{min} \geq 2$ ⇒ en este caso no existe
2. Miramos si hay dos columnas iguales:
   - si las hay ⇒ $d_{min} = 2$
   - si no las hay ⇒ $d_{min} \geq 3$ ⇒ en este caso no las hay
3. A partir de aquí a ojo ☺ por ejemplo

- Conclusión:
  - Tenemos 3 formas de calcular d_{min} de C(n, K):

1. Método "el masoca": NUNCA
   - Calculo todas las distancias posibles y me quedo con la menor
2. Método "el masoca avispado" o "masoca vago":
   - Calculo todas las palabras código y me quedo con la de menor peso: $d_{min} = w_{min}$
3. Con la matriz H:
   - Teorema: d_{min} = mínimo número de columnas de H que suman cero

ROPIEDADES DE DETECCIÓN Y CORRECCIÓN DE ERRORES DE UN CÓDIGO BLOQUE:

1. Código detector:

- Si $\bar{r} \notin C \Rightarrow$ la tira y pide retransmisión
- Si $\bar{r} \in C \Rightarrow$ se la queda

2. Código corrector:

- si $\bar{r} \notin C$, busca el vector $\bar{v}$ más probable en función de $\bar{r}$

3. Propiedades detectoras:

- $\boxed{s \equiv \text{capacidad detectora} = d_{min} - 1}$
- Detecta todos los errores de peso menor o igual a s, aunque puede detectar de mayor orden.
- Ejemplo: el de antes.

$d_{min} = 3$

$\bar{v} = (1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1)$

$$\left.\begin{array}{l} \bar{e} = (1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0) \\ \phantom{\bar{e}} = (0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0) \\ \phantom{\bar{e}} = (0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0) \end{array}\right\} \text{los pilla}$$

$= (1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0) \Rightarrow$ no lo pilla

- Probabilidad de no detección: ⊙

en el examen hacer todo el razonamiento al menos una vez

- $$P_{ND} = \sum_{i=0\,⊙}^{n} A_i \cdot \underbrace{p^{\overset{\text{nº de 1s}}{(i)}} (1-p)^{\overset{\text{nº de 0s}}{(n-i)}}}_{\text{probabilidad de que ocurra un error de peso } i}$$
  - $p \equiv$ probabilidad de error de bit del BSC
  - $A_i \equiv$ número de palabras código de peso i
  - $i = 0 \Rightarrow$ empezaría desde d_{min} ⊙
- A_i se desconoce pero como mucho $A_i = \binom{n}{i}$
  - $P_{ND} \leq \sum_{i=d_{min}}^{n} \binom{n}{i} \cdot p^i (1-p)^{n-i}$
- El primer término del sumatorio tiene mayor contribución:
  - $P_{ND} \leq \sum_{i=d_{min}}^{n} \binom{n}{i} \cdot p^i \cdot (1-p)^{n-i} \simeq \binom{n}{d_{min}} p^{d_{min}} (1-p)^{n-d_{min}}$

NOTA: $\sum_i A_i = 2^k$

NOTA: si dmin = d, ∄ ninguna palabra código de peso menor que d:

$$\left.\begin{array}{l} A_0 = 1 \\ A_1 = 0 \\ A_2 = 0 \\ \vdots \\ A_d \neq 0 \end{array}\right.$$

Hasta d, $A_i = 0 \Rightarrow P_{ND} = \sum_{\boxed{i = d_{min}}}^{n} \cdots$

4. Propiedades correctoras:

- $\boxed{t = \text{capacidad correctora} = \left\lfloor \frac{d_{min} - 1}{2} \right\rfloor}$ ⋯ La parte entera

- Probabilidad de no corrección, o de decodificación de forma incorrecta:
  - $P_{NC} = P\{w(\bar{e}) > t\} \leq \sum_{i=t+1}^{n} \binom{n}{i} \cdot p^i \cdot (1-p)^{n-i}$
    - ⇒ es ≤ porque corrige algunos de peso > t
  - $P_{NC} \geq 1 - \sum_{i=0}^{t} \binom{n}{i} \cdot p^i \cdot (1-p)^{n-i}$

NOTA: a continuación daremos una expresión exacta:

- $P_{NC} = 1 - \sum_{i=0}^{\text{"}t\text{"}} \alpha_i \cdot p^i (1-p)^{n-i}$

(" ") lo ponemos entre comillas porque puede que no sea t:

$\boxed{\text{VER PROBLEMA 2 FEBRERO 2006 APARTADO f)}}$

5. Códigos híbridos:

- Si tenemos C (n, K):
  - si lo uso sólo para detectar: $s = d_{min} - 1$
  - si lo uso sólo para corregir: $t = \left\lfloor \frac{d_{min} - 1}{2} \right\rfloor$

  } recapitulando
  - capacidad híbrida: $\boxed{d_{min} = s + t + 1}$

- Ejemplo: si dmin = 5, el código puede:
  - detectar errores de peso 4 (detección pura)
  - corregir errores de peso 2 (corrección pura)
  - detectar errores de peso 3 y corregir errores de peso 1 (híbrida)

NOTA: • detectar de peso 2 y corregirlos no es capacidad híbrida ⇒ es corrección pura

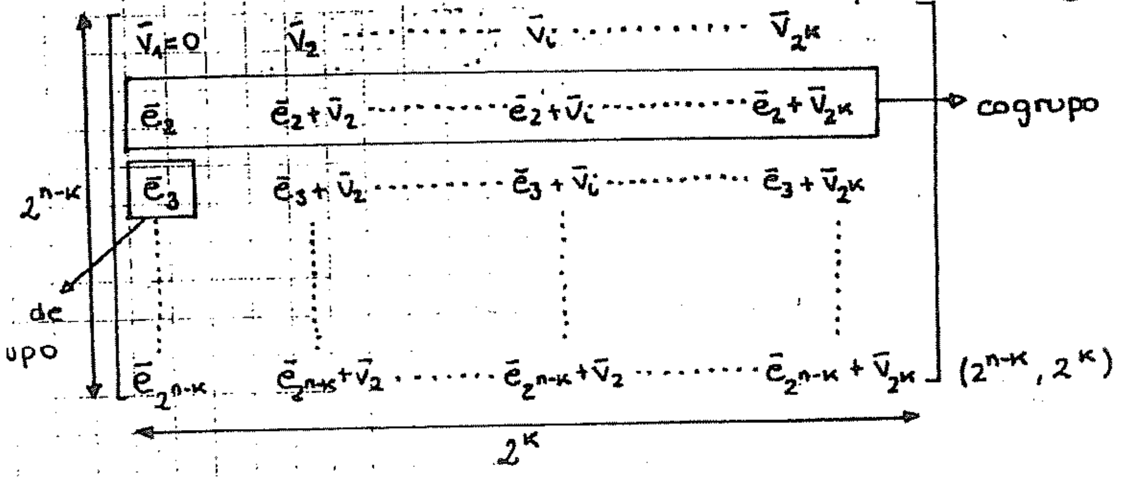
• no puede detectar de peso 1 y corregir de peso 3 ⇒ nunca puede corregir de mayor peso que los que detecta.

TANDARD ARRAY:

- Es una matriz que se utiliza para asignar los síndromes a los errores más probables.

la matriz es el espacio vectorial completo

- Construcción:



- En la primera fila colocamos los 2^k vectores del código con el vector nulo como primer elemento.
- De las $2^n - 2^k$ n-tuplas binarias restantes se toma una, $\bar{e}_2$, como vector de error y se sitúa debajo de $\bar{v}_1$
- Se obtienen los restantes elemento de la fila sumando $\bar{e}_2 + \bar{v}_i$ y se sitúa debajo de $\bar{v}_i$
- Para la tercera fila se coge $\bar{e}_3$ que no se encuentre entre los dos primeros y se repite
- Idem hasta completar la matriz
- Como el canal es BSC, el error más probable es el de menor peso, por lo que hay que reordenar cada fila, colocando el error de menos peso al comienzo de la fila ⇒ decodificación de mínima distancia.

NOTA: Se llama código perfecto al código que tiene como líderes de cogrupo todos los errores de peso menor e igual a t y ninguno más. Si en la matriz hay "filas de más" se dice que el código no es perfecto.

- Consecuencias:
  - En una fila de la matriz no existen 2 n-tuplas iguales.
  - Hay 2^{n-k} filas distintas, cada una con 2^k elementos distintos
  - Cada fila se llama coconjunto, coset o cogrupo
  - La primera n-tupla de cada coset se llama coleader o líder del coconjunto.
  - Hay 2^{n-k} cogrupos y cada líder del cogrupo es el error que consigo poder corregir ⇒ puedo corregir 2^{n-k} errores correctamente.

    Todos los 2^k n-tuplas de un cogrupo tienen el mismo síndrome.

1. Líderes de los cogrupos α_i:

- $\alpha_i \equiv$ número de errores corregibles de peso $i \equiv$ nº de líderes de cogrupo

líderes de cogrupo $= \boxed{\sum_{i=0}^{n} \alpha_i = 2^{n-k}} \longleftarrow$ nº total de errores

Recuerda corrige bien hasta errores de peso t incluido

- Si $t = i$:
  - $\alpha_0 = 1$
  - $\alpha_1 = \binom{n}{1}$
  - $\alpha_2 = \binom{n}{2}$
  - ⋮
  - $\alpha_i = \binom{n}{i} \equiv$ numero de errores de longitud n con i unos
  - $\alpha_{i+1} \rightarrow$ depende
  - ⋮

- Por lo tanto:

$$\boxed{P(E) = 1 - \sum_{i=0}^{t} \alpha_i \cdot p^i (1-p)^{n-i} = \sum_{i=t+1}^{n} \alpha_i \cdot p^i (1-p)^{n-i}}$$

NOTA:

- Si $\alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2 + \cdots + \alpha_t = 2^{n-k}$ ⟺ Código perfecto

- Si $\alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_t \leq 2^{n-k}$ ⇔ corrige alguno de orden superior ⇒ asumimos que son de orden $t+1$ ⇒ en este caso en Puc habría que poner "t" = $t+1$

- Desde el punto de vista práctico:
  - El síndrome de una n-tupla es una $(n-k)$-tupla
  - Hay 2^{n-k} $(n-k)$-tuplas ⇒ hay 2^{n-k} síndromes
  - Sabemos que hay 2^{n-k} cogrupos y por tanto, líderes de cogrupo

  ⇒

  ⇒ Por lo tanto, podemos formar una tabla de decodificación mucho más fácil de manejar que el Standart Array. La decodificación consta entonces de tres pasos:

  1. Recibo $\bar{r}$ y calculo su síndrome : $\bar{s} = \bar{r} \cdot H^T$
  2. Localizo en la tabla el síndrome y hallo el líder de cogrupo correspondiente $\bar{e}_i$
  3. Decodifico $\bar{r}$ en mi estimación : $\hat{v} = \bar{r} + \bar{e}_i$

VER PROBLEMAS

I. CÓDIGOS HAMMING:

- $\forall m \geq 3$ existe un código Hamming con los siguientes parámetros
  - $n = 2^m - 1$ (longitud del código)
  - $K = 2^m - m - 1$ (número de bits de información)
  - $n - K = m$ (redundancia)

  ⇒

  ⇒ Para todos los códigos Hamming $d_{mín} = 3$ ⇒ $t = 1$

NOTA: El código Hamming más pequeño es $C(7,4)$

NOTA: todos los códigos Hamming son perfectos.

NOTA: Si recortamos un código Hamming apropiadamente, obtenemos un código de distancia mínima 4, lo que mejora sus propiedades detectoras y/o correctoras

NOTA: La matriz H tiene todas las posibles columnas de n-k bits ..

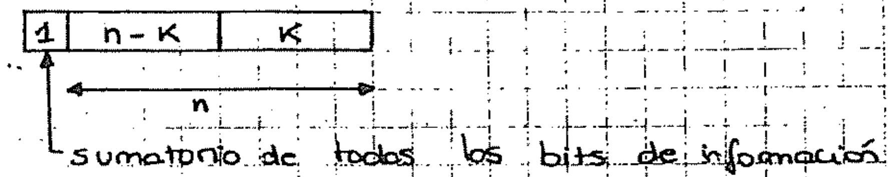
porque :

$H = [\quad]_{(n-k,n)}$ y $n-k = m$ y $2^m - 1 = n$ y tenemos $2^{n-k} = 2^m$

columnas posibles diferentes (menos la nula)

NOTA: Cómo aumentar la distancia mínima de un código:

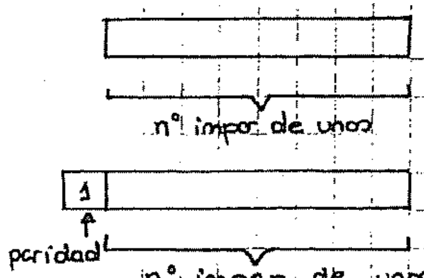
- Añadiendo un bit de paridad par siempre que la distancia mínima de partida de C(n,K) sea impar:



$$G' = \left[\begin{array}{c|c} 1 & \\ 1 & \\ 1 & G \\ \vdots & \\ 1 & \end{array}\right] \Rightarrow C'(n+1, K)$$

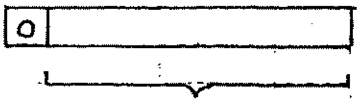
↳ la longitud de la palabra ha aumentado 1 bit

- Si dmín de C(n,K) es impar ⇒ existe alguna palabra con un número impar de unos:



nº impar de unos ⇒ dmín' = dmín + 1

- Si dmín de C(n,K) es par ⇒ la palabra de peso mínimo tiene un número par de unos:



nº par de unos ⇒ dmín' = dmín

NOTA: Un código Hamming con un bit de paridad:

- dmín' = 3 + 1 = 4 pero deja de ser perfecto

1A 6 . CODIGOS CICLICOS

ESCRIPCIÓN:

Son un subconjunto de los códigos lineales

.Rotación cíclica:

- La rotación de cualquier palabra código dará lugar a una palabra código
- $\bar{v} = (v_0, v_1, \ldots, v_{n-1})$
  - Desplazamos cíclicamente hacia la derecha un lugar:
    - $\bar{v}^{(1)} = (v_{n-1}, v_0, v_1, \ldots, v_{n-2})$
  - En general:
    - $\boxed{\bar{v}^{(i)} = (v_{n-i}, v_{n-i+1}, \ldots, v_{n-1}, v_0, v_1, \ldots, v_{n-i-1})}$

2. Definición:

- Un código C(n,K) es cíclico si cualquier rotación de un vector $\bar{v} \in C$ también es un vector de C

3. Notación polinomial:

- $$\underset{\substack{\equiv \\ \text{vector código}}}{\bar{v} = (v_0, v_1, \ldots, v_{n-1})} \longrightarrow V(x) = \underset{\substack{\equiv \\ \text{polinomio código}}}{v_0 + v_1 x + v_2 x^2 + \cdots + v_{n-1} x^{n-1}}$$
- $\boxed{v^{(i)}(x) = v_{n-i} + v_{n-i+1}x + \ldots + v_{n-1}x^{i-1} + v_0 x^i + \ldots + v_{n-i-1}x^{n-1}}$
- A todo vector de n componentes le corresponde un polinomio de grado n-1

4. Polinomio de grado mínimo:

- Grado de un polinomio:
  - Si grado de $V(x) = i \Leftrightarrow V_{i+1} = V_{i+2} = \cdots = V_{n-1} = 0$
- Teorema:
  - El polinomio distinto de cero de grado mínimo de un código es único.

5. Teoremas:

Si $g_0 = 0$ podría rotar otra vez y no tendría un polinomio de un grado menos

- Si g(x) es el polinomio de grado mínimo:
  - $g(x) = g_0 + g_1 x + g_2 x^2 + \cdots + g_r x^r \Rightarrow \boxed{g_0 = g_r = 1}$

- Sea $g(x) = 1 + g_1 x + g_2 x^2 + \dots + g_{r-1} x^{r-1} + x^r$ el polinomio de grado mínimo, {todas las palabras código son múltiplos de g(x)}
  - $\forall$ v(x) de grado $\leq n-1$, $v(x) \in C \Leftrightarrow v(x)$ es múltiplo de g(x).
  - El número de palabras código es igual a todos los múltiplos posibles de g(x) $\Rightarrow 2^{n-r} \underset{\text{debe ser}}{=} 2^k \Rightarrow r = n-k \Rightarrow$ el grado de g(x) es la redundancia del código **MUY IMPORTANTE !!**
  - Corolario: el polinomio generador de un código es el polinomio código de grado mínimo.
- Sea g(x) polinomio generador de C(n, k) $\Rightarrow$ g(x) es factor de $(x^n + 1)$
- Conclusión:
  - si g(x) tiene grado (n-k) y es factor de $x^n + 1 \Rightarrow$ g(x) genera siempre un código cíclico C(n, k)

{es factor de $x^n + 1 \Rightarrow$ Resto $\left(\frac{x^n+1}{g(x)}\right) = 0$}

6. Ejemplo:

Buscamos un C(7,4) $\Rightarrow \left\{\begin{matrix} n = 7 \\ k = 4 \end{matrix}\right\} \Rightarrow n-k = 3$

- Necesitamos un polinomio g(x) de grado 3 que sea factor de $x^7 +$
- $x^7 + 1 = (1+x)(1+x+x^3)(1+x^2+x^3)$
  - si $g_1(x) = 1 + x \Rightarrow n-k = 1 \Rightarrow$ Genera el C(7,6)
  - si $g_2(x) = 1 + x + x^3 \Rightarrow n-k = 3 \Rightarrow$ Genera C(7,4) $\Rightarrow$ me vale
  - si $g_3(x) = 1 + x^2 + x^3 \Rightarrow n-k = 3 \Rightarrow$ Genera C(7,4) $\Rightarrow$ me vale
- Podemos generar dos C(7,4) distintos
- Vamos a ver cómo se codifica:
  - Tomamos $g_2(x)$ como polinomio generador:
    - $\bar{u} = (1,0,1,0) \Rightarrow v(x) = u(x) \cdot g(x) = (1+x^2)(1+x+x^3) =$ $= 1 + x + x^2 + x^5 \Rightarrow \vec{v} = (1\,1\,1\,0\,0\,1\,0)$
- No se hace así porque no es sistemático

Codificación sistemática:

$\bar{u} = (u_0, \dots, u_{k-1}) = u_0 + u_1 x + \dots + u_{k-1} \cdot x^{k-1}$

$\big\downarrow$ buscamos

$\bar{v} = (v_0, \dots, v_{n-1})$ con $\bar{v} = (\underbrace{b_0, \dots, b_{n-k-1}}_{\text{redundancia}}, \underbrace{u_0, \dots, u_{k-1}}_{\text{palabra fuente}})$

- Pasos para la codificación sistemática:

  1. Multiplicar $x^{n-k} \cdot u(x)$
  2. Calcular $b(x)$, resto de dividir $x^{n-k} \cdot u(x)$ entre $g(x)$
  3. Concatenar $b(x)$ y $u(x)$

- Ejemplo: el ejemplo de antes

  $C(7,4)$

  $g(x) = 1 + x + x^3$ polinomio generador

  Codificación sistemática de $\bar{u} = (1,0,0,1) = 1 + x^3$

  1. $x^{n-k} = x^3 \Rightarrow x^3 \cdot u(x) = x^3(1+x^3) = x^3 + x^6$

  2. $x^3 + x^6$ $\quad\big|\, x^3 + x + 1$

     $\qquad\qquad\quad x^3 + x$

     $\underline{x^6 + x^4 + x^3}$

     x^4

     $\underline{x^4 + x^2 + x}$

     $x^2 + x \Rightarrow b(x) = x^2 + x$

  3. $v(x) = x + x^2 \,\vdots\, + x^3 + x^6 = (0\ 1\ 1 \,\vdots\, 1\ 0\ 0\ 1)$

MATRIZ G Y H EN CÓDIGOS CÍCLICOS:

1. Matriz G:

- Si tenemos $C(n,k)$ y $g(x) = g_0 + g_1 x + \dots + g_{n-k} \cdot x^{n-k}$
- Podríamos obtener directamente:

$$\cdot\ G = \begin{bmatrix} g_0 & g_1 & g_2 & \cdots\cdots & g_{n-k} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & g_0 & g_1 & g_2 & \cdots\cdots & g_{n-k} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & g_0 & g_1 & g_2 & \cdots\cdots & g_{n-k} & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & & & & & \\ 0 & \cdots\cdots & 0 & g_0 & g_1 & g_2 & \cdots\cdots & & g_{n-k} \end{bmatrix}_{(k \times n)} =$$

$$= \begin{bmatrix} g(x) \\ x \cdot g(x) \\ x^2 \cdot g(x) \\ \vdots \end{bmatrix}$$

- El problema es que no es sistemático aunque se puede hacer así y luego sistematizar:
  - Por Gauss
  - Por método que veremos después

2. Matriz H:

- Calculamos $h(x) = \dfrac{x^n + 1}{g(x)}$ → Como por definición $g(x)$ es factor de $x^n + 1$, seguro que el resto es cero.

- Calculamos el recíproco $h'(x) = x^k \cdot h(x^{-1})$
  - $h(x) = h_0 + h_1 x + \cdots\cdots + h_k \cdot x^k \Rightarrow h(x^{-1}) = h_0 + h_1 x^{-1} + \cdots + h_k \cdot x^{-k} \Rightarrow$
    $\Rightarrow h'(x) = x^k \cdot h(x^{-1}) = h_k + \cdots + h_1 \cdot x^{k-1} + h_0 \cdot x^k$
  - El $h'(x)$ es lo que hay que meter en H con el mismo procedimiento que para G.

$$\cdot\ H = \begin{bmatrix} h_k & h_{k-1} & \cdots & h_1 & h_0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & h_k & \cdots & h_2 & h_1 & h_0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & & & & & & \\ \vdots & & & & & & & \\ 0 & 0 & \cdots & & & & \cdots & h_0 \end{bmatrix}_{(n-k,\,n)} = \begin{bmatrix} h'(x) \\ x \cdot h'(x) \\ \vdots \end{bmatrix}$$

NOTA:

- El polinomio recíproco $(h'(x))$ de $h(x)$ también es factor de $x^n + 1$, por lo que genera un código cíclico $C(n, n-k)$, el código cíclico dual de C
- Los comentarios vistos en códigos lineales también válidos aquí
- **Ejemplo:** en el ejemplo de siempre

$C(7,4)$ y $g(x) = 1 + x + x^3$

$$\begin{array}{l|l}
x^7 + 1 & x^3 + x + 1 \\ \cline{2-2}
\underline{x^7 + x^5 + x^4} & x^4 + x^2 + x + 1 \\
x^5 + x^4 + 1 & \\
\underline{x^5 + x^3 + x^2} & \\
x^4 + x^3 + x^2 + 1 & \\
\underline{x^4 + x^2 + x} & \\
x^3 + x + 1 & \\
\underline{x^3 + x + 1} & \\
0 &
\end{array}$$

$\Downarrow$

$h(x) = 1 + x + x^2 + x^4 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^4\left(1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4}\right) = 1 + x^2 + x^3 + x^4$

$1 + x^2 + x^3 + x^4$ genera el código dual $C(7,3)$

3. Sistematización de la matriz G:

- Hay dos formas de hacerlo:
  - Combinando filas de la matriz G (a lo bruto):

$$G = \left[\begin{array}{ccccc|ccccc}
b_{00} & b_{01} & b_{02} & \cdots & b_{0,n-K-1} & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
b_{10} & b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1,n-K-1} & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
\vdots & & & & & & & & & \\
b_{K-1,0} & \cdots & & & b_{K-1,n-K-1} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1
\end{array}\right]_{(K,n-K)}$$

- Se define $b_i(x) = \text{resto } \dfrac{x^{n-K+i}}{g(x)}$ $\quad \underline{\forall\ i = 0, \ldots, K-1} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ Completamos directamente la matriz

- Ejemplo: el de antes

$C(7,4)$ y $g(x) = 1 + x + x^3$

¿G?

- $C(7,4) \Rightarrow n = 7,\ K = 4$
- $b_0(x) = \text{resto}\left[\dfrac{x^3}{1 + x + x^3}\right] \Rightarrow$

$$\begin{array}{l|l}
x^3 & x^3 + x + 1 \\ \cline{2-2}
\underline{x^3 + x + 1} & 1 \\
x + 1 = b_0(x) \equiv (1\ 1\ 0) &
\end{array}$$

- $b_1(x) = \text{resto}\left[\dfrac{x^4}{1 + x + x^3}\right] \Rightarrow$

$$\begin{array}{l|l}
x^4 & x^3 + x + 1 \\ \cline{2-2}
\underline{x^4 + x^2 + x} & x \\
x^2 + x = b_1(x) \equiv (0\ 1\ 1) &
\end{array}$$

- $b_2(x) = \text{resto}\left[\dfrac{x^5}{1+x+x^3}\right] \Rightarrow$

$$\begin{array}{l|l} x^5 & x^3+x+1 \\ \cline{2-2} & x^2+1 \\ x^5+x^3+x^2 & \\ \hline x^3+x^2 & \\ & \\ x^3+x+1 & \\ \hline x^2+x+1 = b_2(x) \equiv (111) & \end{array}$$

- $b_3(x) = \text{resto}\left[\dfrac{x^6}{1+x+x^3}\right] \Rightarrow$

$$\begin{array}{l|l} x^6 & x^3+x+1 \\ \cline{2-2} & x^3+x+1 \\ x^6+x^4+x^3 & \\ \hline x^4+x^3 & \\ & \\ x^4+x^2+x & \\ \hline x^3+x^2+x & \\ & \\ x^3+x+1 & \\ \hline x^2+1 = b_3(x) \equiv (101) & \end{array}$$

- Por lo tanto:

$$G = \begin{bmatrix} 110 & 1000 \\ 011 & 0100 \\ 111 & 0010 \\ 101 & 0001 \end{bmatrix}$$

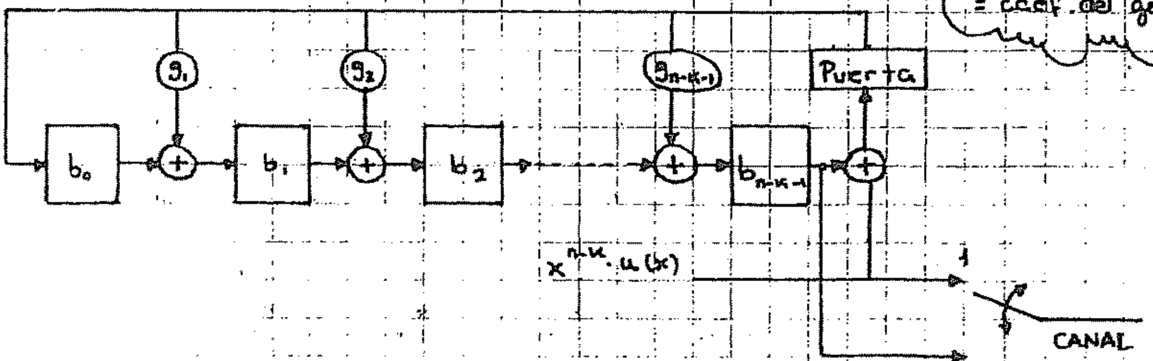
3. CODIFICACIÓN DE LOS CÓDIGOS CÍCLICOS:

1. Codificación basada en $g(x)$: $\boxed{n-k \text{ etapas}}$

- Seguimos los pasos vistos para la codificación sistemática
  - multiplicar x^{n-k} por $u(x)$
  - calcular $b(x) = \text{resto}\left[\dfrac{x^{n-k}\cdot u(x)}{g(x)}\right]$
  - concatenar $b(x)$ y $u(x)$

$g_1, g_2, \ldots, g_{n-k-1} \equiv$

$\equiv$ coef. del generador



1. La puerta está cerrada, por lo que se introducen los dígitos de $x^{n-k}\cdot u(x)$ al canal y al circuito.

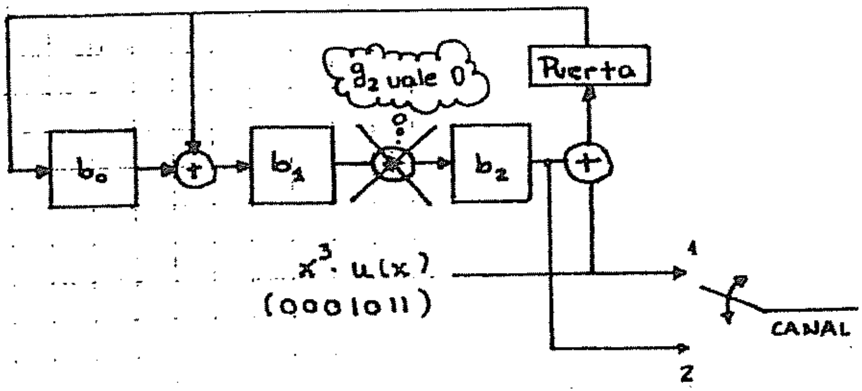
25

2. Se abre la puerta, se elimina la realimentación. En este paso ya están calculados los b_i, por lo que se desplazan al canal (la redundancia)

- Ejemplo: el de antes

$C(7,4)$ con $g(x) = 1 + x + x^3$

¿Dibujo?



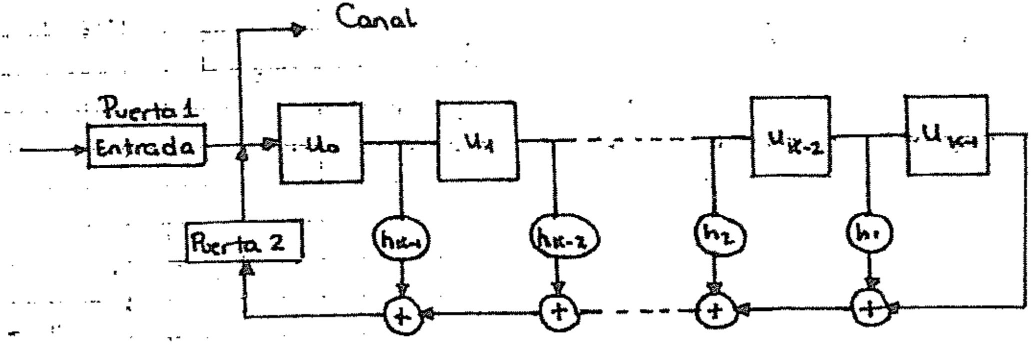
- $u(x) = (1011) \Rightarrow x^3 \cdot u(x) = (0001011)$

Entrada	Estado registros			Canal	
	b_0	b_1	b_2		
—	0	0	0	—	
1	1	1	0	1	
1	1	0	1	1	Fase 1
0	1	0	0	0	
1	1	0	0	1	
—	—	1	0	0	
—	—	—	1	0	Fase 2
—	—	—	—	1	

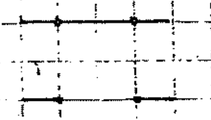
y $\bar{v} = (1001011)$

2. Codificación basada en h(x): $\boxed{K \text{ etapas}}$

- $h(x) = h_0 + h_1 x + \cdots + h_k \cdot x^k$

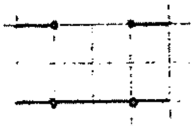


- Estado 1:
  - Puerta 1
  - Puerta 2



Se introduce el mensaje original en el registro y en el canal

- Estado 2:
  - Puerta 1
  - Puerta 2



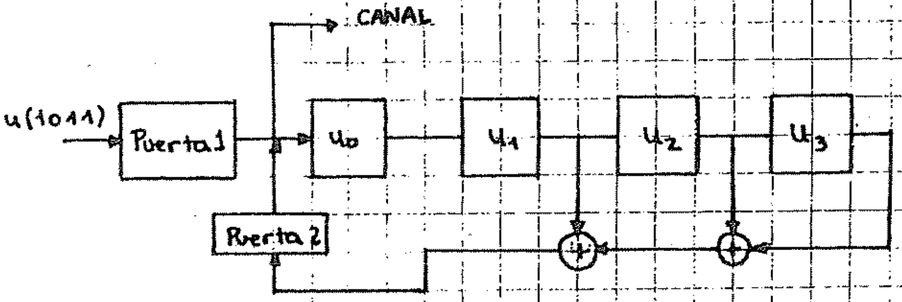
Se sacan los bits de redundancia

- Ejemplo: en el de antes

$C(7,4) \quad g(x) = 1 + x + x^3$

- $h(x) = 1 + x + x^2 + x^4$ ... $h(x) = \frac{x^n + 1}{g(x)}$

- El esquema quedaría:



Entrada	Estados registros				Canal
	u_0	u_1	u_2	u_3	
—	0	0	0	0	—
1	1	0	0	0	1
1	1	1	0	0	1
0	0	1	1	0	0
1	1	0	1	1	1
—	1	0	1	1	0
—	0	1	0	1	0
—	0	0	1	0	1

Estado 1

$\bar{v} = (1001011)$

yo diría

0 1 0 1
0 0 1 0
1 0 0 1

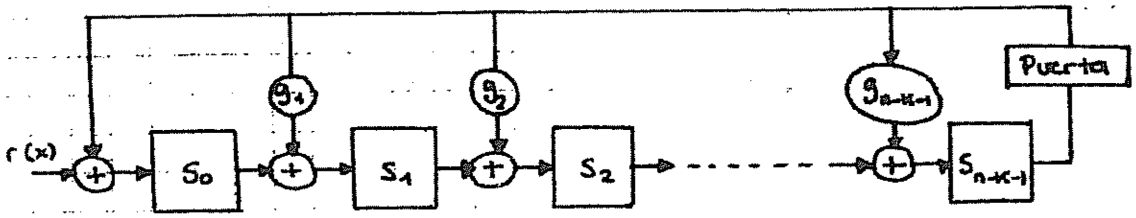
NOTA:

- Siempre se escoge la codificación que tenga el menor número de etapas.

Según el código:

- Método en $g(x)$ ⇒ tiene $n-k$ etapas
- Método en $h(x)$ ⇒ tiene k etapas

ROCESAMIENTO DEL SÍNDROME:



$$\boxed{s(x) = \text{resto}\left[\frac{r(x)}{g(x)}\right]}$$

- Teorema:

  - Sea $s(x)$ el síndrome de $r(x)$. El síndrome de $r^{(1)}(x)$ es el resto de $\frac{x\cdot r(x)}{g(x)}$, que se denomina $s^{(1)}(x)$ °o Si la palabra recibida rota, rota el síndrome

OTA: Decodificador de Meggit: es capaz de corregir errores de peso 1

VER PROBLEMAS

PROPIEDADES DE LA DETECCIÓN DE ERRORES:

- Todo lo visto para códigos lineales es válido para códigos cíclicos ya que estos son un caso particular de los anteriores, pero además tienen propiedades extra:

  - Si $g(x) \neq 1 \Rightarrow$ detecta errores simples
  - Si $g(x)$ tiene como factor $(1+x) \Rightarrow$ detecta todos los errores de peso impar °o

    es el bit de paridad en códigos cíclicos y lleva asociado todo lo que llevaba asociado éste excepto lo de que aparece una columna más en $g(x) \Rightarrow$ ver nota ⊛
  - Si $g(x)$ tiene como factor a un polinomio primitivo detecta todos los errores dobles

NOTA: un polinomio de grado r es primitivo $\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{es factor del } (x^n + 1) \text{ con } n = 2^r - 1 \\ \text{no es factor de } (x^m + 1) \text{ con } m < n \end{cases}$$

un polinomio primitivo genera códigos con $n \leq 2^r - 1$ pero sólo corrige errores dobles para $n = 2^r - 1$

1. Detección de ráfagas de error:

- ráfaga ≡ muchos errores en pocos milésimos de segundo
- Todo $C(n,K)$ cíclico detecta ráfagas de longitud $\ell \leq n-K$
- Detecta todas las ráfagas de $\ell = n-K+1$ salvo la que coincide con el polinomio $g(x)$. Hay 2^{n-K-1} indetectables. $P_{no} = \frac{1}{2^{n-K-1}}$
- Si $\ell > n-K+1$, detectamos todas las ráfagas que no coinciden con palabras del código. Hay 2^{n-K} indetectables. $P_{no} = \frac{1}{2^{n-K}}$
- Las demás capacidades se mantienen invariantes:
  - $t = \left\lfloor \frac{d_{mín} - 1}{2} \right\rfloor$ ≡ capacidad correctora
  - $s = d_{mín} - 1$ ≡ capacidad detectora
  - $s + t + 1 = d_{mín}$ ≡ capacidad híbrida

NOTA ⊛

Códigos lineales:	Códigos cíclicos:
• bit de paridad	• bit de paridad
• $C(n,K) \rightarrow C'(n+1,K)$	• $g'(x) = g(x) \cdot (1+x) \Rightarrow$
• $G' = \left[\begin{array}{c\|c} 1 & \\ 1 & G \\ \vdots & \\ 1 & \end{array}\right]$	$\Rightarrow \begin{cases} n-K \Rightarrow n-K+1 \\ n \Rightarrow n \end{cases}$
• $d_{mín}' = d_{mín} + 1$ si $d_{mín}$ es impar	• $C(n,K) \rightarrow C'(n, K-1)$
	• $d_{mín}' = d_{mín} + 1$ si $d_{mín}$ es impar

No es lo mismo el bit de paridad para códigos lineales puros que para códigos cíclicos.

ÓDIGOS CÍCLICOS DE HAMMING:

C(n,K) se considera de Hamming si tiene una longitud $n = 2^m - 1$ con $m \geq 3$ y es generado por un polinomio primitivo de grado m

- el que se encarga de generar el Hamming es el primitivo y sólo el primitivo

- Teorema:
  - La matriz H de un código Hamming, lineal o cíclico tiene todas sus columnas distintas de cero.

CÓDIGOS RECORTADOS:

- Los vemos en problemas
- $C(n,K) \rightarrow C'(n-L, K-L)$
- Es un código lineal pero no cíclico
- Tiene al menos las mismas propiedades detectoras y correctoras que C(n,K) (es porque metemos menos bits)
- Los circuitos de codificación/decodificación son los mismos que teníamos pero incluyendo un número mayor de desplazamientos.

TEMA 7. TÉCNICAS FEC Y ARQ

1. INTRODUCCIÓN:

- Existen dos estrategias principales para controlar los errores de transmisión:
  - Técnicas FEC (Forward Error Coding): el receptor corrige los errores como puede. Tiene peor calidad porque corrige peor que detecta pero el rendimiento es mucho mejor.
  - Técnicas ARQ (Automatic Repeat Request): el receptor pide retransmisión si detec- un error. Tiene mejor calidad pero peor rendimiento ya que el tiempo que pierde en retransmitir no manda información.

2. TÉCNICAS FEC:

- Rendimiento:
  - $$\boxed{\rho = \frac{K}{K+C+(n-K)} = \frac{K}{K+m} \cdot 100\ (\%)}$$
    - K ≡ bits de información
    - C ≡ cabecera del paquete
    - n - K ≡ redundancia
    - m ≡ cabecera + redundancia

NOTA: si no nos dicen nada, no hay cabecera ⇒ $m = n - K$

- Caudal eficaz o cadencia:
  - $$\boxed{C_{ef} = \frac{K}{E(T_{oc})}}$$
    - Toc ≡ tiempo de ocupación del canal ≡ tiempo que tarda en transmitir un paquete
    - En FEC, como nunca hay retransmisiones y todos los paquetes miden lo mismo:
      - $E(T_{oc}) = T_{oc} = \frac{K+m}{R}$ y R ≡ tasa binaria del canal (bps).
  - $$\boxed{C_{ef} = \frac{K}{\frac{K+m}{R}} = \frac{K \cdot R}{K+m}}$$ (bps)

ÉCNICAS ARQ:

Hipótesis de partida:

- Las tramas de control llegan sin errores
- La fuente siempre tiene información que transmitir.
- El receptor siempre está disponible
- Los paquetes son todos del mismo tamaño
- El tamaño del ACK es constante
- La probabilidad de no detección de error es tan baja que se puede considerar que el código detecta todos los errores:

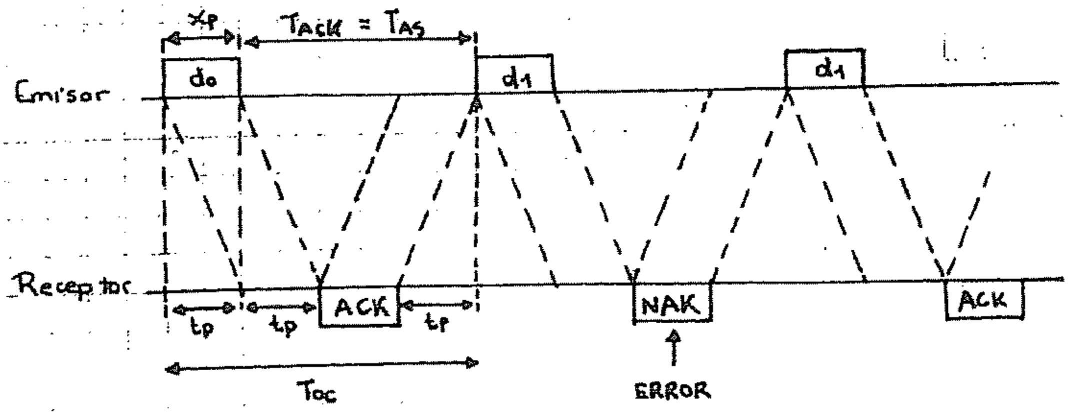
$$\Rightarrow P_{retransmisión} = P_{RTx} \overset{\uparrow}{=} P_{error\ bloque} = 1 - P_{no\ error} \underset{BSC}{\simeq} 1 - \underbrace{(1-P)^n}_{\substack{\uparrow \\ \text{cada bit llegue bien}}} \simeq p \cdot n$$

sólo si suponemos que detecta todos los errores

se usa siempre salvo que te digan lo contrario o técnica híbrida

1. Técnica ARQ Parada y Espera:

- El emisor envía una trama y espera a que le llegue el asentimiento del receptor para enviar la siguiente.
- Si llega un ACK, transmite la siguiente, si llega un NAK, retransmite la última trama.



- Realizamos una tabla para calcular $E(T_{OC})$
  - x_p = tiempo de transmisión de un paquete = $\frac{K+m}{R}$
  - $T_{ACK} = 2t_p + t_{TxACK} = 2t_p + \frac{n^o\ bits\ ACK}{R}$

- $t_p = \tau$ = tiempo de propagación del canal)

- Tabla:

nº retransmisiones	T_{oc}	Prob. de ret_x
0	$\frac{K+m}{R} + T_{ACK}$	$1 - P_{eb}$
1	$2 \cdot \frac{(K+m)}{R} + 2 \cdot T_{ACK}$	$P_{eb}(1-P_{eb})$
⋮	⋮	⋮
i	$(i+1)\left(\frac{K+m}{R} + T_{ACK}\right)$	$P_{eb}^{\,i}(1-P_{eb})$

- $$E(T_{oc}) \underset{\uparrow}{=} \sum_{i=0}^{\infty} (i+1)\left(\frac{K+m}{R} + T_{ACK}\right) \cdot P_{eb}^{\,i}(1-P_{eb})$$

$\sum_i T_{oc_i} \cdot P_i$

- $$E(T_{oc}) = \left(\frac{K+m}{R} + T_{ACK}\right)(1-P_{eb}) \sum_{i=0}^{\infty} (i+1) \cdot P_{eb}^{\,i}$$

- $$\boxed{E(T_{oc}) = \frac{1}{(1-P_{eb})} \cdot \left(\frac{K+m}{R} + T_{ACK}\right)}$$

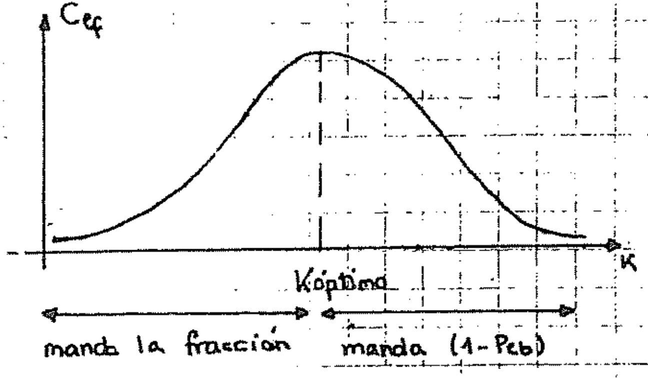
- $$\boxed{C_{ef} = \frac{K}{E(T_{oc})} = (1-P_{eb}) \frac{K}{K+m+T_{ACK} \cdot R} \cdot R}$$

- $$\boxed{\text{Eficiencia} = \frac{C_{ef}}{R} = (1-P_{eb}) \frac{K}{K+m+T_{ACK} \cdot R}}$$

para que las unidades sean

hay que multiplicar por 100

NOTA:



$$\boxed{K_{óptimo} = \sqrt{\frac{m + T_{ACK} \cdot R}{p}}}$$

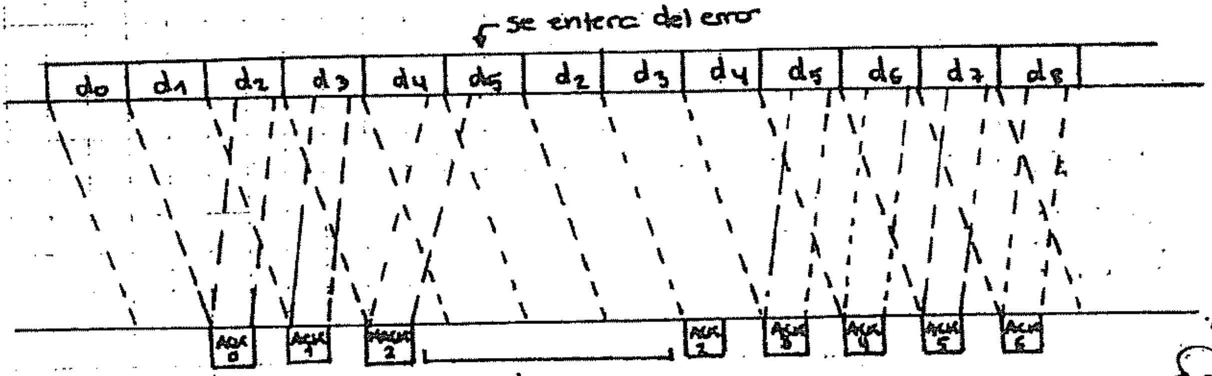
- Además $\frac{1}{p}$ marca la separación entre errores

- si $p = 0'2 \Rightarrow \frac{1}{p} = 5 \Rightarrow$ Cada 5 bits hay un error

Técnica ARQ de rechazo simple (retroactivo):

- El emisor no espera a recibir un ACK y sigue transmitiendo paquetes (tramas) que a la vez almacena en un buffer hasta que son admitidos. Si una trama no es aceptada, se para y se vuelve a transmitir desde esa trama

NOTA: hay que numerar las tramas y los ACKs



este tiempo se calla ⇒ hemos perdido d_3, d_4 y d_5

en el receptor buffer tamaño 1

- Tabla:

nº retransmisiones	Toc	Prob de retx
0	$\frac{K+m}{R}$	$1 - P_{eb}$
1	$\frac{K+m}{R} + T_{ACK} + \frac{K+m}{R}$	$P_{eb}(1-P_{eb})$
2	$3\frac{(K+m)}{R} + 2T_{ACK}$	$P_{eb}^2(1-P_{eb})$
⋮	⋮	⋮
i	$(i+1)\frac{(K+m)}{R} + i\,T_{ACK}$	$P_{eb}^i(1-P_{eb})$

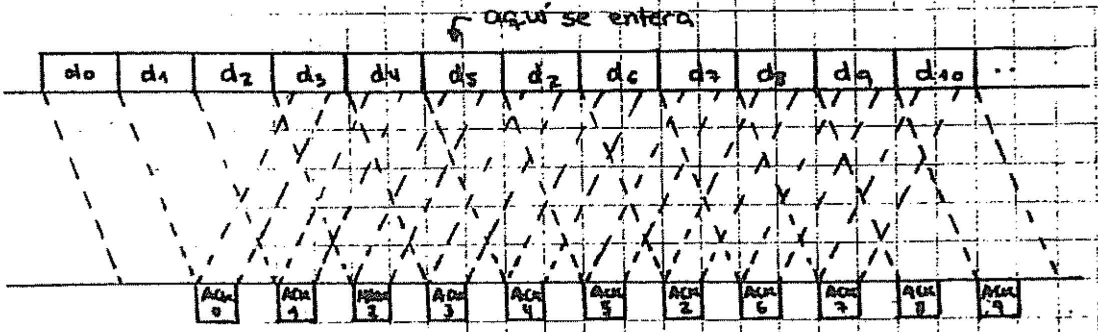
- $$\boxed{E(T_{oc}) = \frac{K+m}{R} \cdot \left(\frac{1}{1-P_{eb}}\right) + T_{ACK} \cdot \left(\frac{P_{eb}}{1-P_{eb}}\right)}$$

- $$\boxed{C_{ef} = \frac{K}{E(T_{oc})} = (1-P_{eb}) . \frac{K}{K+m+P_{eb} \cdot T_{ACK} \cdot R} . R}$$

- $$\boxed{\text{Rendimiento} = \frac{C_{ef}}{R} = (1-P_{eb}) \frac{K}{K+m+P_{eb} \cdot T_{ACK} \cdot R}}$$

3. Técnica ARQ de rechazo selectivo:

- Sólo se repiten los tramas con error. El receptor se complica porque las tramas pueden llegar desordenadas.



- Tabla:

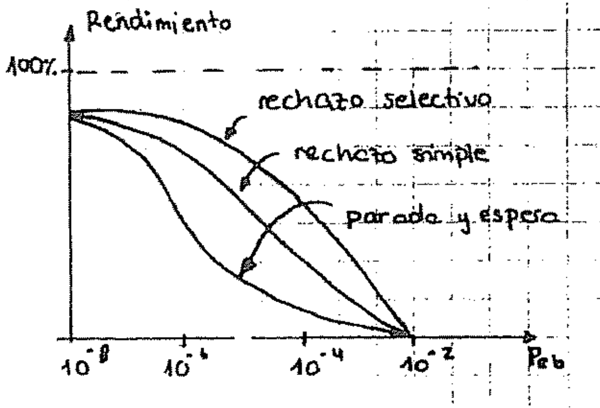
nº retransmisiones	Toc	Prob. de re$_{tx}$
0	$\frac{k+m}{R}$	$1 - P_{eb}$
1	$\frac{k+m}{R} + \frac{k+m}{R}$	$P_{eb}(1-P_{eb})$
⋮	⋮	⋮
i	$(i+1)\frac{(k+m)}{R}$	$P_{eb}^{i}(1-P_{eb})$

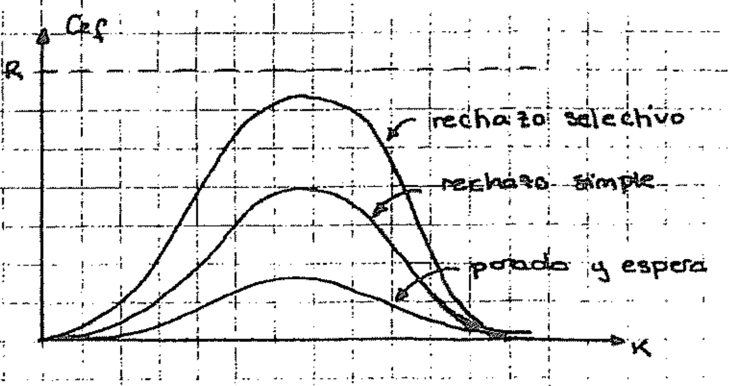
- $\boxed{E(T_{oc}) = \frac{k+m}{R}\left(\frac{1}{1-P_{eb}}\right)}$

- $\boxed{C_{ef} = \frac{k}{E(T_{oc})} = (1-P_{eb}) \cdot \frac{k}{k+m} \cdot R}$

- $\boxed{\text{Rendimiento} = \frac{C_{ef}}{R} = (1-P_{eb}) \cdot \frac{k}{k+m}}$

4. CURVAS RESUMEN:





- Para P_{eb} << todos los sistemas son equivalentes

- Aunque es mejor el de rechazo selectivo, el que se usa es el de rechazo simple ya que el rendimiento no varía mucho mientras que el primero es mucho más complejo, tiene que ser capaz de reordenar las tramas y de almacenarlas mientras que en rechazo simple siempre llegan en orden los mensajes y sólo tiene que almacenar una trama.

En cuanto a rendimiento y probabilidad de error los tres sistemas son bastante parecidos.

ENTANA DESLIZANTE

VER PROBLEMAS

NOTE BOOK

"CRISSER"
Ingenieros de Telecomunicación
TRANSMISION DE DATOS

EJERCICIOS DE EXAMEN

I-1 Dado una fuente discreta sin memoria, con alfabeto fuente de siete símbolos {x1,x2,x3,x4,x5,x6,x7} y con probabilidades {0'3, 0'25, 0'15, 0'1, 0'1, 0'05, 0'05} respectivamente. Se pide:

a) Construir un código de Huffman sobre un alfabeto de dos símbolos.
b) Construir un código de Huffman sobre una alfabeto de tres símbolos.
c) Justificar cual de los códigos escogería e indicar si puede haber algún código mejor.

Febrero-97

I-2 Una determinada aplicación necesita transmitir a través de un canal no ideal ficheros de 32.565 bits a un servidor de una manera fiable, por lo que se ha optado por fragmentar el fichero en bloques lo más grandes posible y añadir redundancia a estos bloques para mejorar la fiabilidad de la transmisión. Sabiendo que $p(x) = x^9+x^4+1$ es un polinomio primitivo, y que el canal tiene un régimen binario de 2 Mbits/sg y una probabilidad de error de bit de 10^{-4}, se pide:

a) Diseñar un código cíclico que, utilizando ese polinomio primitivo, sea capaz de detectar errores de hasta peso tres. Es decir, detectar uno, dos o tres errores que ocurran en lugares cualesquiera del bloque.
b) Calcular el tamaño de los bloques en que se fragmenta la información de la aplicación utilizando el código diseñado previamente, así como el número de bits de redundancia necesarios.
c) Deducir las propiedades correctoras y detectoras de errores de este código.
d) Si se utiliza ese código únicamente para detección, calcular la probabilidad de que llegue un fichero incorrecto al destino.
e) Analice la relación rendimiento-calidad de las diferentes estrategias de transmisión utilizando las capacidades del código de corrección y/o detección. Suponga para ello que las tramas de control tienen una longitud de 5 bytes y no sufren errores y el tiempo de propagación y procesado es despreciable. Comente los resultados.
f) En caso de que los ficheros no pudieran fragmentarse en bloques mayores de 412 bits, ¿sería posible utilizar el mismo código manteniendo las propiedades detectoras/correctoras del apartado a)?, en caso afirmativo, indique cualitativamente cómo afectaría al rendimiento y a la calidad, respecto a las calculadas en el apartado e).

Febrero-97

I-3 La matriz estocástica Q característica de un canal digital es la siguiente:
Se pide calcular

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} y_1 & y_2 & y_3 \end{array} \\ \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array} & \begin{pmatrix} 0,5 & 0,3 & 0,2 \\ 0,3 & 0,3 & 0,4 \\ 0,2 & 0,3 & 0,5 \end{pmatrix} \end{array}$$

a) El mejor esquema de decisión posible.
b) Supuesto que el canal se utiliza mediante una fuente discreta sin memoria con probabilidades $p(x_1) = p(x2) = ¼$ y $p(x3) = 1/2$, calcular el mejor esquema de decisión.
c) Supuesto que el canal se utiliza mediante una fuente discreta sin memoria con probabilidades $p(x_1) = 1/2, p(x_2) = ¼$ y $p(x_3) = 1/4$, calcule la probabilidad de error del sistema para cada uno de los dos esquemas de decisión propuestos.

Junio-97

I-4 Los bloques de un sistema de transmisión de datos pueden llevar hasta 15 caracteres de 8 bits, de los cuales uno es de redundancia (CRC). Considerando que el canal tiene errores estadísticamente independientes con $p(e) = 10^{-4}$, y que los polinomios: A. x^5+x^2+1 B. x^6+x+1 C. x^7+x^3+1 D. $x^8+x^4+x^3+x^2+1$ E. x^9+x^4+1 son polinomios primitivos, se pide:

a) Diseñar un código con óptimas propiedades detectoras, indicándolas (comente el por qué la elección o rechazo de cada uno de los polinomios anteriores a la hora de construir el código).

b) Repita el apartado anterior si ahora los mensajes pueden llevar hasta 31 caracteres, siendo uno de redundancia.

c) Compare cualitativa y cuantitativamente la calidad de los dos códigos diseñados tanto si se usa para detectar errores como para corregirlos.

Junio-97

I-5 Considere el siguiente esquema ARQ de envío continuo con rechazo simple modificado de la siguiente forma: "cuando el emisor recibe un asentimiento negativo (NAK), retransmite la trama rechazada hasta que recibe un asentimiento positivo (ACK). Entonces reanuda la transmisión de los bloques sucesivos al rechazarlo.". Calcule:

a) El rendimiento de este esquema.

b) Compárelo con el rendimiento del esquema convencional de ARQ con rechazo simple.

Junio-97

I-6 1. Determine si existe algún código unívocamente decodificable en los dos siguientes casos:

a) Alfabeto del código: {a, b, c }. Longitud de las palabras código: {1, 1, 2, 2, 3, 3, 3}

b) Alfabeto del código: {a, b, c, d}. Longitud de las palabras código: {1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3}

2. Sea una fuente con alfabeto de nueve símbolos, y cuyo vector de estadísticos de la fuente es: {0,3, 0'2, 0'1, 0'1, 0'1, 0'075, 0'05, 0'05, 0'025}. La entropía de esta fuente es de 2'83 bits/símbolo fuente. Dado un alfabeto del código de cinco símbolos, y un código cuya longitud de palabras código es la misma que en el caso b) de la pregunta 1, determine si es posible encontrar un código más eficiente.

3. Obtenga un código óptimo para la fuente y el alfabeto del código del apartado, 2, sin realizar extensión de fuente.

Septiembre-97

I-7 En una transmisión de datos se utiliza palabra código con 3 bits de redundancia que se obtienen de realizar las siguientes operaciones con los 6 bits de datos:
$v_0 = u_0+u_3$ $v_1 = u_1+u_4$ $v_2 = u_2+u_5$ donde v_i son los bits de redundancia y u_i son los bits de entrada al codificador.

a) ¿Es una codificación cíclica ? ¿Por qué?. En caso afirmativo, indicar cual es el polinomio generador.

b) ¿Cuál es la distancia Hamming del código? ¿Por qué?.

c) ¿Cuales son las propiedades detectoras y correctoras del código? . Razone la respuesta.

d) ¿Emplearía este código con una técnica FEC? ¿Por qué?

e) Si la transmisión de datos se hiciera por un canal móvil que introdujese con mucha probabilidad ráfagas de error de longitud 5, ¿podría diseñar un código cíclico que permitiese la detección de esas ráfagas manteniendo constante la suma del número de bits de redundancia más el número de bits de entrada al codificador? En caso afirmativo, calcule su polinomio generador a partir sólo de los datos de este problema.

Nota: x^2+x+1 es un polinomio primitivo, y es factor de x^9+1

Septiembre-97

I-8 Durante la fase de diseño de una aplicación de telecontrol, se ha decidido segmentar el tráfico generado por la aplicación en tramas de 20 octetos y transmitir estas tramas protegidas con técnicas de control de errores. Dado el carácter de la información transmitida, se ha decidido utilizar una técnica híbrida FEC y ARQ, de manera que como mínimo tenga una capacidad de protección tal que los errores de peso 1 en el canal se corrijan y los errores de peso 2 se detecten y en este caso se solicite la retransmisión de la trama completa. El canal es de tipo BSC, con una probabilidad de error de bit de 10^{-4}, un régimen binario R de 2Mbps y un tiempo de asentimiento de 1 ms. Se pide:

a) Diseñar un código lineal que se adecue a las capacidades de protección anteriores. Razone las decisiones adoptadas y especifique las dimensiones resultantes, capacidades de protección frente a errores, y polinomio generador o matriz generadora. Si le resulta de ayuda, puede utilizar la tabla de polinomios primitivos que se adjunta.

b) Calcule la probabilidad de que la aplicación de telecontrol receptora reciba una trama incorrecta.

c) Si para la parte ARQ de la técnica híbrida, se utiliza envío continuo con rechazo selectivo, calcule el rendimiento resultante. Compárelo cuantitativamente con el rendimiento de envío continuo y rechazo selectivo si en vez de utilizar ese código para una técnica híbrida, lo utilizáramos como código detector puro. (No utilice la simplificación de que el código detecta siempre los errores).

d) Un ingeniero ha sugerido la utilización de la técnica ARQ "*insistente*", que consiste en realizar un envío continuo y, en caso de recibir un NAK, reenviar **constantemente** la trama errónea hasta recibir un ACK de esa trama. Deduzca la fórmula teórica de cadencia eficaz y rendimiento de esta técnica, utilizando las simplificaciones habituales (no se pierden los ACK, T_{as} invariable y conocido, sin limitación de ventanas, retransmisión infinita, etc.). Aplíquela a este caso para utilizarla como parte de la técnica híbrida y compárela con los resultados del apartado anterior.

Febrero-98

I-9 En una carrera hípica con cinco caballos las probabilidades de que un caballo gane la carrera dependen del tiempo que haga en el día. La siguiente tabla refleja la probabilidad de que ganen distintos caballos en función del tiempo del día:

	A	B	C	D	E
Soleado	0,6	0,15	0,15	0,08	0,02
Nublado	¼	⅛	½	⅛	0
Lluvioso	0	0	½	¼	¼

La probabilidad de que al día siguiente de un día soleado haga sol es del 50%, mientras que la probabilidad de que el día sea nublado o lluvioso es del 25%. La probabilidad de que tras un día nublado el tiempo se mantenga es del 25&, siendo del 50% de que mejore y del 25% de que llueva. Tras un día lluvioso nunca llueve, y puede hacer sol o nublado con idéntica probabilidad.

a) Calcule la codificación óptima para que cada día se transmita, con símbolos binarios, el resultado de las carrera desde ese hipódromo a otro punto de la misma ciudad.

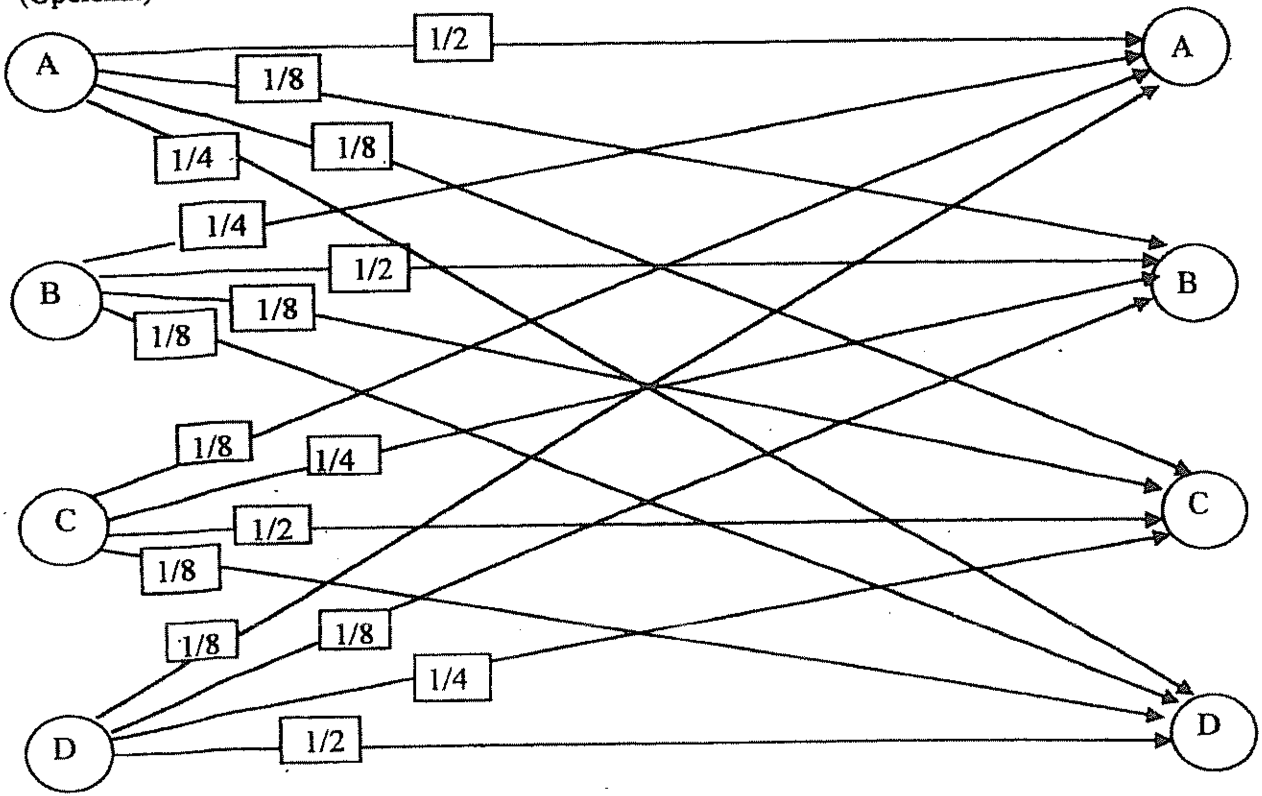
b) Calcule la mínima cantidad de información, en bits, necesaria para que cada día se transmita el tiempo que ha hecho desde el hipódromo a otra ciudad diferente.

c) Calcule la codificación óptima para que cada día se transmita, con símbolos binarios, el tiempo del día y el resultado de la carrera desde el hipódromo a otra ciudad.

Febrero-98

I-10 El diagrama de estados adjunto representa las transiciones entre dos símbolos consecutivos X_{n-1} y X_n de una fuente con memoria. Se pide:

a) Calcular el vector de probabilidades estacionaras μ.
b) Calcular la entrópia de la variable X_n,H(X_n).
c) Calcular la entrópia del proceso estocástico H(x).
d) Calcular la información mutua I(X_{n-1};X_n) entre dos símbolos sucesivos.
e) Diseñar una codificación optima de esta fuente
f) (Opcional) Calcular la información mutua I(X_{n-2}; X_n) entre dos símbolos separados por otro.



Septiembre-98

I-11 Disponemos de un codificador del cual sabemos que convierte palabras de 7 bits, en códigos de 15 bits mediante un código **cíclico** sistemático con capacidad de corregir hasta dos errores en el canal. Realizando una observación a la salida del codificador hemos detectado la siguientes palabra: **(0 0 0 1 0 0 0 1 0 1 1 1 0 0 0)**.

a) Razone que a partir de esta palabra código podemos identificar el polinomio generador y calcúlelo.
b) Si al otro lado del canal recibimos la palabra **(0 0 0 1 0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 0)**. ¿Ha introducido errores en el canal?. Justifiquelo.
c) Analice las dimensiones de la tabla estándar de este código. ¿Se trata de un código perfecto?.
d) Deduzca la distancia mínima de este código.
e) Demostrar que con un código de estas características es posible aumentar en uno su distancia mínima añadiendo un bit de paridad a las palabras código.
f) Analizar la cadencia eficaz si se utiliza este código (15,7) en los casos de FEC, ARQ puro con parada y espera y ARQ puro con rechazo selectivo. Para ello sabemos que el canal tiene una probabilidad de error de símbolo de $p = 10^{-3}$, un régimen binario de 10^4 bits/seg. y un tiempo de asentimiento de 1 ms.
g) ¿Es posible utilizar este código para un esquema de ARQ híbrido con rechazo selectivo?. En caso positivo, calcule la probabilidad de error residual, (probabilidad de que se entreguen datos erróneos al receptor) y su cadencia eficaz.

Septiembre-98

I-12 Sea un canal con la matriz de probabilidades de transición siguiente:

$$P(y/x)=\begin{bmatrix}(1-p)/2 & (1-p)/2 & p/2 & p/2\\ p/2 & p/2 & (1-p)/2 & (1-p)/2\end{bmatrix}$$

Se pide dibujar un diagrama de transiciones del canal, calcular su capacidad y compararlo con un canal BSC.

Febrero-99

I-13 La trayectoria de un determinado móvil se puede modelar como la de una pieza que se mueve a través de una reticula cuadriculada con pasos elementales, de uno en uno, en direcciones verticales u horizontales, dando un solo paso cada vez. Así se podría representar el movimiento, como una sucesión de símbolos del conjunto N, S, E, y W que representarían los sucesivos pasos en las direcciones respectivas (para indicar norte, sur, este y oeste respectivamente).

Considerando adicionalmente que el comportamiento de este móvil es de apariencia aleatoria pero tiene una memoria elemental de tal modo que el 75% de las ocasiones repite el movimiento anterior, y en el resto de los casos da un giro de 90° (equiprobablemente) a derechas o a izquierdas del paso anterior, se pide:

a) Modelar el proceso que describe el movimiento, y verificar que los cuatro símbolos son equiprobables, y calcular la tasa de entropía de esta fuente de información.
b) Diseñar un codificador Huffman de esta fuente.
c) Idem considerando que la diferencia entre longitud m media por símbolo y tasa de entropía no difieran en mas de un 10%.

Febrero-99

I-14 Sea el código lineal bloque (6,3) generado por la matriz G siguiente:

$$\begin{matrix}0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0\\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1\end{matrix}$$

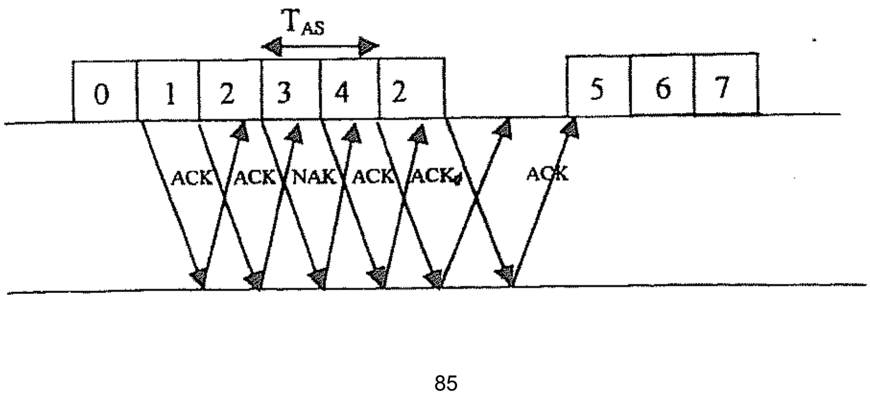
Calcular :

a) La distancia mínima y distribución de pesos del código.
b) El Array y la tabla de decodificación que relaciona los líderes co-grupo y los síndromes.
c) El circuito decodificador con corrección de errores.

Febrero99

I-15 Queremos realizar una transmisión a través de un canal con una probabilidad de error de bit de 10^{-4}, un régimen binario de 100000 bits/segundo y un tiempo de asentimiento de 2ms, utilizando un código C (127, 113) con distancia mínima de 5 y polinomio generador $g(x) = 1+x+x^2+x^4+x^5+x^6+x^8+x^9+x^{14}$, mediante una técnica ARQ híbrida (ARQ sobre FEC).

a) Calcule la cadencia eficaz y la probabilidad de error residual para las tres técnicas ARQ descritas.
b) Para el caso híbrido planteado en el apartado anterior, calcule la cadencia eficaz si utilizamos una técnica ARQ adaptativa, consistente en realizar un envío continuo con rechazo selectivo en condiciones normales, pero ante una retransmisión pasar a un modelo de parada y espera hasta recibir la trama correcta, según se ve en el siguiente diagrama:



Febrero-99

I-16 Un detector registra si la velocidad de los vehículos viarios que sucesivamente circulan por un lugar es o no superior a un valor. El resultado de la medida se registra en una memoria limitada y luego se recoge o envía. Vamos a estudiar si merece la pena comprimir esta información para utilizar menos memoria, aumentar la autonomía dada una memoria, ahorrar costes de envío, etc. Para ello partimos de un dato experimental que indica que la densidad de uno de los dos tipos de vehículos es cuatro veces la de la otra.

a) ¿Cuantos bits hacen falta como mínimo para codificar cada vehículo teniendo en cuenta esta información?

b) ¿Cómo se podría codificar la información para aproximarnos a esta cifra?

Adicionalmente se conoce que los vehículos de uno y otro tipo suelen circular agrupados, de tal modo que si pasa un vehículo lento, la probabilidad de que el siguiente también lo sea es de 15/16, y en el caso rápido la probabilidad de repetir es de ¾.

c) ¿Cuántos bits hacen falta como mínimo para codificar cada vehículo teniendo en cuenta esta información adicional? Se pide justificar las respuestas.

d) ¿Cómo se podría codificar la información en este caso?

Si adicionalmente se desea codificar el tipo del vehículo que puede ser: MTC, AUT, REM, FUR, ART o LRG (Motocicletas, Automóviles con Remolque, Furgonetas o Camiones Pequeños, Camiones Articulados o Camiones muy Largos), se conoce por experiencia que las frecuencias respectivas de circulación son de 12 %, 49 %, 5 %, 13 %, 15 % y 6 % respectivamente, y que el tipo de vehículo es prácticamente independiente de la velocidad.

e) ¿Cuántos bits adicionales hacen falta como mínimo para codificar esta variable de cada vehículo teniendo en cuenta esta información experimental?

f) Se pide diseñar un codificador adecuado para esta información.

Septiembre-99

I-17 En un cierto canal de transmisión, debido a la variabilidad de los tiempos de propagación, se ha decidido modificar la estrategia ARQ de su protocolo de enlace de la siguiente manera:

- En condiciones normales, se comporta siguiendo la estrategia de ARQ de envío continuo con rechazo simple.
- Ante una trama errónea:
  1. La primera vez que una trama se recibe con error se rechaza con un NAK, el cual aparece en lado del transmisor T_{as} segundos después de la transmisión de la trama errónea (es decir, el funcionamiento normal de ARQ de envío continuo y rechazo simple).
  2. Posteriores retransmisiones de la trama que se reciban erróneas se ignoran por el receptor. Es el transmisor el que se recupera de la situación al vencerle un temporizador T_{ret} segundos después de acabar la última retransmisión ($T_{ret} \geq T_{as}$).

Cada trama tiene *k* bit de datos y *m* de control. La probabilidad de recibir una trama errónea es p_{eb} y él régimen binario en *R*. Suponga también que no se envían números de secuencia y que nunca se va a dejar de enviar tramas por límites de ventana deslizantes. Supuesta una fuente saturada (siempre hay tráfico que enviar), se pide:

a) Representar gráficamente un diagrama de los intercambios de tramas de interés para el problema entre el emisor y el receptor.

b) Calcule la fórmula de la cadencia eficaz para esta estrategia ARQ.

FORMULAS DE UTILIDAD

$$\sum_{i=0}^{\infty} i \cdot m^{i} = \frac{m}{(1-m)^2}; \quad \sum_{i=1}^{\infty} i \cdot m^{i-1} = \frac{1}{(1-m)^2}; \quad \sum_{i=0}^{\infty} m^{i} = \frac{1}{1-m};$$

Septiembre-99

I-18 Sea el código cíclico (7,3) generado por $g(x) = 1 + x + x^2 + x^4$. Se pide:

a) Calcular la distancia mínima, la matriz generadora sistemática, y la matriz paridad.
b) Indique la capacidad de este código para detectar y corregir errores.
c) Calcular el polinomio generador del código dual y su distancia mínima.
d) Para el código (7,3) diseñe los circuitos del codificador y del decodificador con corrección de errores, utilizando el menor número de elementos.

Septiembre-99

I-19 Un dispositivo puede estar en uno de ocho estados distintos (estados 0 al 7), El estado del dispositivo va cambiando aleatoria y cíclicamente de un valor al siguiente. Si se muestrea (con precisión Nyquist) el estado del dispositivo cada milisegundo se obtiene una secuencia de variables. Esta secuencia es aleatoria del modo siguiente: O bien coincide con el valor de la muestra precedente con probabilidad $1/\sqrt{2} = 0{,}707$, o bien es el valor superior (mod 8) con la probabilidad complementaria.

a) Modelar este proceso A. Calcular las probabilidades estacionarias y su tasa de entropía. Analícese cual es el tiempo medio de permanencia en un estado.
b) Supongamos que el mismo dispositivo se muestrea ahora cada 4 milisegundos, obteniéndose otro proceso aleatorio B que representa la evolución del dispositivo (con menor precisión temporal). Modelar este nuevo proceso B, y calcular las probabilidades y la tasa de entropía correspondiente.
c) Diseñar un codificador para comprimir esta secuencia o proceso B, (Sugerencia: utilizar un codificador de tipo Huffman binario), y calcular la tasa binaria resultante.
d) (Opcional) Diseñar un codificador para el proceso A con la técnica que se prefiera, y calcular la tasa binaria resultante.

Febrero-00

I-20 Para cursar el tráfico entre un centro de servicio y los usuarios de una determinada zona, se dispone de un enlace punto a punto entre el centro de servicio y un concentrador de tráfico de la zona al que están conectados los usuarios. El enlace opera a 1 Mbps con una probabilidad de error de $p = 10^{-5}$ y un tiempo de asentimiento $T_{as} = 1$ ms.

Con objeto de reducir la tasa de error residual se desea utilizar una técnica ARQ o híbrida FEC-ARQ.

Se dispone de codecs para dos códigos bloque diferentes:

- Opción 1: Un código cíclico de distancia 4, generado a partir del polinomio primitivo $p(x)=1 + x^2 + x^5$.
- Opción 2: Un código cíclico (23,12) de distancia mínima 7.

Se pide:

a) Analice cuantitativamente para cada uno de los dos códigos (Opciones 1 y 2) la calidad–costé (error residual–rendimiento) para los siguientes casos, y seleccione razonadamente una:
   - Corrección pura.
   - Rechazo retroactivo (simple) y Rechazo selectivo.
   - Híbrida corrección – detección con corrección de 1 error y rechazo selectivo.
b) Revise el punto anterior (para el segundo caso de rechazo retroactivo y selectivo), teniendo en cuenta la restricción adicional de que los datos de información a codificar contra errores vienen agrupados en octetos, y cada bloque codificado debe tener incluir un número entero de octetos de información.
c) Revise el punto anterior para el mismo caso teniendo el tamaño de las ventanas y la numeración de los paquetes.

Febrero-00

I-21 Se dispone de un codificador cíclico del que sabemos que codifica palabras de 3 bits añadiendo 4 bits de redundancia, se utiliza corrigiendo errores simples, y en el que hemos observado en la entrada del canal la siguiente secuencia $v(x) = 1 + x + x^2 + x^5$. Se pide:

a) Si en otro momento de observación, detectamos la palabra (1 0 0 1 1 1 1) a la salida del canal, calcule analíticamente qué se entrega a la salida del decodificador.

b) Compruebe que la salida del decodificador calculada anteriormente pertenece al código.

c) Calcule la distancia mínima de este código.

d) Calcule (sin efectuar simplificaciones) la probabilidad de error indetectable.

Febrero-00

I-22 Se pide diseñar un código binario para la fuente cuya distribución de probabilidades es:

{ a b c d e f g h }
{0,07 0,13 0,37 0,075 0,035 0,02 0,24 0,06}

y comparar los resultados con la incertidumbre.

a) Utilizando un código óptimo

b) Utilizando un código Shannon-Elias-Fano, recortándolo sin perder la condición de instantáneo.

(Observación: Para obtener los primeros m dígitos de un decimal < 1, truncar el producto por 2^m).

Febrero-01

I-23 Calcular la capacidad de un canal binario en Z, o sea aquel en que al enviar un cero sin errores y al enviar un uno existe una probabilidad de error ½. (Sugerencia: Téngase cuidado con las soluciones triviales).

Febrero-01

I-24 Los bloques de un sistema de transmisión de datos pueden llevar hasta 15 octetos de los cuáles uno es de redundancia (CRC). Sabiendo que los polinomios siguientes son primitivos:

$1 + x + x^6$
$1 + x^3 + x^6$
$1 + x + x^7$
$1 + x + x^3 + x^5 + x^7$
$1 + x^2 + x^5 + x^6 + x^8$
$1 + x^8 + x^9$

y que se transmite a través de un canal con probabilidad de error de bit es 10^{-5}

a) Considerando las distintas alternativas posibles, diseñe un código, para esta longitud de bloque, buscando ante todo minimizar la probabilidad de error.

Supongamos que el canal es de 48 Kbps. y con un tiempo de asentimiento T_{AS} de 10 ms. Se pide analizar cuantitativamente las siguientes alternativas:

b) Rechazo simple o retroactivo y Rechazo selectivo.

c) Repita el caso anterior pero ahora teniendo en cuenta el efecto de la ventana.

Febrero-01

I-25 Los genes se componen de moléculas de DNA que son estructuras compuestas de cadenas de "quits". Cada quit es uno de cuatro radicales nitrogenados posibles $\in \{A, C, G, T\}$. Si en una prospección cromosómica la aparición de quits sucesivos desconocidos se considera aleatoria y si la dependencia entre quits sucesivos fuese markoviana de primer orden y con una matriz de transición:

$$P = \begin{bmatrix} 1/4 & 1/2 & 1/8 & 1/8 \\ 1/8 & 1/4 & 1/2 & 1/8 \\ 1/8 & 1/8 & 1/4 & 1/2 \\ 1/2 & 1/8 & 1/8 & 1/4 \end{bmatrix}$$

. Se pide:

a) Representar un diagrama de estados con los cambios entre quits sucesivos.
b) Calcular la entropía de un quit situado en la n-sima posición.
c) Calcular la entropía media por quit de una cadena.
d) Calcular la cantidad de información compartida entre dos quits sucesivos.
e) Diseñar una codificación óptima para representar genes si tuviesen este comportamiento.
f) (Opcional). Calcular la cantidad de información compartida entre dos por otro intermedio.

Septiembre-00

I-26 Necesitamos transmitir unos datos de una cierta aplicación sobre un canal con probabilidad de error de bit de 10-4, y un régimen binario de 1000 bits por segundo. Para ello, conocemos los siguientes códigos cíclicos, todos ellos con una distancia mínima 5:

$C_1(63,51)$: $g(x) = 1+x^3 + x^4 + x^5 + x^8 +x^{10} +x^{12}$
$C_2(127,113)$: $g(x)= 1 + x + x^2 + x^4 + x^5 + x^6 + x^8 +x^9\ x^{14}$
$C_3(255,239)$: $g(x) = 1 + x + x^5 + x^6 + x^8 +x^9 +x^{10} +x^{11} + x^{13} + x^{14} + x^{16}$

Sabiendo que podemos fragmentar los datos de la aplicación con la longitud que creamos más adecuada y que se va a usar un sistema ARQ de Parada y Espera con un Tiempo de Asentimiento de 10 microsegundos, se pide:

a) Elija un código cíclico para detectar errores cuádruples que ofrezca la mejor probabilidad de error residual, y calcúlela.
b) Elija un código cíclico para detectar errores cuádruples que ofrezca el menor número medio de retransmisiones, y calcúlelo.
c) Elija un código cíclico para detectar errores cuádruples que ofrezca una mejor cadencia eficaz, y calcúlela.
d) Si utilizamos el código C3, calcule la cadencia eficaz y la probabilidad de error residual si lo utilizamos de manera híbrida, corrigiendo solo errores simples. Compárelo si en vez de Parada y Espera se utilizan las dos técnicas estudiadas de Envío Continuo.
e) A partir de los códigos anteriores, diseñe un código lineal capaz de detectar errores quíntuples en tramas de longitud k = 64
f) Nota: No tenga en cuenta en la longitud de las tramas la numeración de las tramas.

Septiembre-00

I-27 El rastreo de una imagen tricromática produce cadenas de (uno o mas) pixeles sucesivos del mismo color, cuya longitud media de 6, 4 y 2 pixeles para el rojo, verde y amarillo, respectivamente. Los colores de cadena sucesivos siempre pasan del rojo al verde, del verde al amarillo, y del amarillo al rojo. Se pide:

a) Modelar estas cadenas de pixeles como una fuente markoviana de primer orden. Calcular la matriz de transiciones y las probabilidades estacionarias.
b) Calcular la incertidumbre de un pixel situado dos lugares después de uno rojo.
c) Calcular la Tasa de entropía de la fuente.
d) Analizar como se podría comprimir esta fuente.

Septiembre-01

I-28 Calcular la capacidad de un canal discreto en el que la entrada $X \in \{-1,+1\}$ y la salida es $Y = X + R$, siendo R un ruido aditivo binario con $R \in \{-1,+1\}$ y $P(R=-1) = P(R=+1)$.

Septiembre-01

I-29 Disponemos de un codificador cíclico de dimensiones C(15,7) con $g(x) = 1 + x^4 + x^6 + x^7 + x^8$ del que sabemos que tiene distancia mínima 5. Se pide:

a) Calcular exactamente o estableciendo una cota superior e inferior las probabilidades de detectar errores de peso 4, errores de peso 5 y ráfagas de longitud 8.
b) Calcular las dimensiones de la tabla estándar. ¿Podría corregir algún error de peso 3? En caso afirmativo, especifique las condiciones para que eso ocurra y el número máximo de errores de peso 3 que se podrían corregir.
c) Si en el receptor recibimos la palabra (0 0 0 1 0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 0). ¿Ha introducido errores el canal?. Justifiquelo.

Este codificador se va a utilizar en un canal ARQ usando la técnica de Parada y Espera modificada de manera que:

- En condiciones normales se utiliza el codificador en modo de detección pura.
- Si se solicita retransmisión, ésta se realiza usando el codificador en modo de corrección pura.

Calcule SIN utilizar la suposición de que el código detecta todos los errores:

d) Número medio de transmisiones.
e) Cadencia eficaz.
f) Probabilidad de Error Residual.

Septiembre-01

I-30 Un contador de eventos tiene solo variable digital de módulo hexadecimal (de +15 pasa a + 0). La cuenta se lee periódicamente obteniéndose una secuencia de medidas sucesivas . So observa que los incrementos entre dos observaciones oscilan entre +0 y +4 con una distribución del 10%, 30%, 15% , 40% y 5% respectivamente. Analizar:

a) Cual seria la distribución de probabilidades y la incertidumbre de una lectura cualquiera.
b) Cual seria la incertidumbre de una secuencia larga de lecturas sucesivas. (Despreciar los efectos transitorios).
c) Como se podría codificar óptimamente una larga secuencia de lecturas sucesivas (sin agruparlas). (Obviar la codificación de los primeros símbolos).
d) Cómo se podría codificar una secuencia de lecturas sucesivas (sin agrupar) de tal modo que los códigos estén ordenados como los cambios de la variable. (Idem de primeros símbolos).

Febrero-02

I-31 Tenemos un canal de transmisión BSC sin memoria de 64 Kbps, con un tiempo de asentimiento de 3 milisegundos y $p = 10^{-4}$, por el que transmitimos tramas compuestas por 21 octetos: 20 octetos de datos y 1 octeto de redundancia obtenido a partir de un código cíclico sistemático. Se pide:

a) Diseñe un código C_1 para este canal capaz de detectar errores dobles. Puede serle útil la tabla de polinomios primitivos adjunta al final del problema.

b) Si este código C_1 se usa en un sistema ARQ de Parada y Espera, calcule la probabilidad de retransmisión, la probabilidad de error residual y la cadencia eficaz.

Posteriormente, est código C_1 se modifica en otro código C_2 de forma que las tramas duplican los octetos de datos, por lo que donde teníamos una palabra código de C_1 $\overline{v} = (\overline{p}\ \ \overline{u})$, entonces ahora se transmite la siguiente palabra código de C_2: $\overline{w} = (\overline{p}\ \ \overline{u}\ \ \overline{u})$, siendo $\overline{p}$ los bits de redundancia de C_1 y $\overline{u}$ la palabra fuente.

c) Analizar si la distancia mínima de C_2 aumenta en 1 sobre la de C_1. Recuerde que la distancia mínima es el mínimo de los pesos de las palabras código distintas de 0.

La decodificación de C_2 que se utiliza es la siguiente: cuando se recibe en el decodificador $\overline{r} = (\overline{q}\ \overline{u}_1\ \overline{u}_2)$ se extraen $\overline{r}_1 = (\overline{q}\ \overline{u}_1)$ y $\overline{r}_2(\overline{q}\ \overline{u}_2)$. El funcionamiento se basa en decodificar ambas en separado con el código C_1 original y elegir la palabra código más cercana a las recibidas. Si ambas están a la misma distancia de palabras código distintas, se detecta pero no se corrige. Es decir, el algoritmo que se sigue es el siguiente: se calculan los síndromes $\overline{s}_1$ y $\overline{s}_2$ según C_1 y:

- Si ambos síndromes son iguales a 0 y $\overline{r}_1$ y $\overline{r}_2$ se elige $\overline{r}_1$. Si $\overline{r}_1 \neq \overline{r}_2$, se detecta error pero no se corrige.
- Si un síndrome es 0 y el otro no, se elige el $\overline{r}_1$ que produce el síndrome 0.
- Si ambos síndromes son distintos de 0, se intentan corregir $\overline{r}_1$ y $\overline{r}_2$ según C_1. Si esto resulta en dos palabras códigos de C_1 iguales, se corrige a ella; si son distintas, se detecta el error pero no se corrige.

d) Analice que patrones de errores simples y dobles puede corregir este código.

e) Con este esquema, calcule la probabilidad de que haya un error y se detecte, y la probabilidad de que haya un error y se corrija indebidamente. (Despréciense los errores de peso mayor o igual a 3).

Analizar a continuación un sistema ARQ de parada y espera de forma que el primer intento se transmite usando sólo C_1 en el modo de detección pura y en cambio, en las retransmisiones, se transmite utilizando C_2 y el receptor se comporta con el esquema anterior.

f) Analice la cadencia eficaz de este protocolo y calcule a continuación su valor. Pueden serle útiles las formulas de suma de series que se adjuntan al final

TABLA DE POLINOMIOS PRIMITIVOS

$1 + x^2 + x^5$
$1 + x + x^6$
$1 + x^3 + x^7$
$1 + x^2 + x^3 + x^4 + x^8$
$1 + x^4 + x^9$
$1 + x^3 + x^{10}$

SUMA DE SERIES

$$\sum_{i=}^{\infty} i\cdot m^{i} = \frac{m}{(1-m)^2};\quad \sum_{i=}^{\infty} i\cdot m^{i-1} = \frac{}{(1-m)^2};\quad \sum_{i=}^{\infty} m^{i}_{0} = \frac{1}{1-m}$$

Febrero-02

I-32 En una cierta región, existen dos operadores (O) que proporcionan servicio de acceso a Internet. Los servicio (S) que se han suscrito son Correo Electrónico, Web, FTP, Telnet, Videoconferencia y Películas.

a) En estas condiciones, calcular la máximas entropía del servicio S de un mensaje escogido al azar.

Tomando muestras de tráfico al azar, y con los datos de los proveedores, se puede establecer que los servicios de Correo Electrónico, Web, FTP y Telnet se ofrecen sobre TCP y los restantes sobre UDP. Además, el 70% de la población están suscritos al operador A y el resto al operador B. Las medias de tráfico (T) realizadas en el último periodo resultan en un 30% de tráfico TCP para el operador A y un 40% de tráfico TCP para el operador B. En estas nuevas condiciones, se pide:

b) Dibujar un esquema o árbol con las tres variables que definen este escenario.
c) Calcular la incertidumbre de la variable operador O.
d) Calcular la incertidumbre de la variable de tipo de tráfico T.
e) Calcular la incertidumbre conjunta entre el operador O y el tráfico T.
f) Calcular la máxima entropía del servicio S para el operador A. Idem para el operador B.
g) En las condiciones del apartado anterior ¿muestran O, T y S una relación markoviana?.

Septiembre-03

I-33 De un determinado codificador cíclico y sistemático, conocemos las siguientes palabras que pertenecen al código (0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 0 1 0 0 0) y (0 1 0 1 0 0 0 1 1 1 0 1 0 0 0) y sabemos que las palabras fuente tienen una longitud de 10 bits.

a) Determine las dimensiones del código y su polinomio generador.
b) Analice las dimensiones de la tabla estándar de este código. ¿Se trata de un código perfecto?
c) Determine las capacidades de detección del código y calcule su distancia mínima.
d) Calcule la probabilidad de detectar errores de peso 5, errores de peso 4 y ráfagas de longitud 6.
e) ¿Es posible utilizar este código para un esquema de ARQ híbrido con rechazo selectivo? En caso positivo, calcule la probabilidad de error residual (probabilidad de que se entreguen datos erróneos al receptor) y su cadencia eficaz si sabemos que el canal tiene una probabilidad de error de símbolo de $p = 10^{-3}$, un régimen binario de 10^4 bits/seg. y un tiempo de asentimiento de 1 ms.

NOTA: Lista de polinomios primitivos

$x^2 + x + 1$	$x^5 + x^2 + 1$	$x^8 + x^4 + x^3 + x + 1$
$x^3 + x + 1$	$x^6 + x + 1$	$x^9 + x^4 + 1$
$x^4 + x + 1$	$x^7 + x^3 + 1$	$x^{10} + x^3 + 1$

Septiembre-03

I-34 Dado el siguiente polinomio generador $g(x) = x^4 + x^3 + x^2 + 1$, se pide:

a) Calcular sus dimensiones n y k.
b) La distancia del código.
c) La distribución de pesos del código.
d) Calcular la distribución de líderes de cogrupo.
e) Probabilidad de no detección y no corrección
f) Código dual

Febrero-03

I-35 La secuencia de instrucciones a un robot se compone de símbolos sucesivos de clase M (#motor), de clase A(#acción), o de clase C (cantidad o duración).

a) Si se observa que:

- Nunca se suceden dos símbolos de la misma clase.
- Tras un símbolo de clase C siempre viene uno de clase M.
- A un símbolo de clase M o de clase A le sucede uno de clase M la mitad de las veces.
- La secuencia comienza con un símbolo de clase M.

Se pide saber cuál es la incertidumbre sobre la clase del cuarto símbolo, y sobre la clase de un símbolo situado varios miles de posiciones del inicial.

b) Si de las clases M, A, y C hay 2, 4 y 8 símbolos distintos respectivamente (y si las transiciones son dependientes de la clase pero independiente del símbolo particular), se pide analizar cuál es la máxima incertidumbre de un símbolo que sucede a uno de la clase M. Idem a uno de la clase A. Idem a uno de la clase C.

c) Si los símbolos de cada clase fuesen equiprobables entre ellos, determinar cuál sería la tasa de entropías de la secuencia de símbolos. Idem de la virtual secuencia de clases.

d) Si en lugar de uniformes (y respetando la dependencia de los cambios en la clase), la distribución de los símbolos de clase M fuese (1/2, 1/2), la de los de clase A fuese (1/2, 1/4, 1/8, 1/8), y la de los de clase C fuese (1/2, 1/4 1/6, 1/16, 1/32, 1/32, 1/32, 1/32), determinar cuál sería el número de bits por símbolo imprescindibles para codificar la secuencia.

Febrero-03

I-36 Un vehículo de exploración de la superficie de Marte está dotado de una serie de instrucciones sencillas que le permiten recorrer un área sorteando obstáculos. El conjunto de instrucciones que permite es muy reducido, {R, D, I}, donde R es avanzar 3 cm, D es girar las ruedas 10° a la derecha e I es girar las ruedas 10° a la izquierda. El ordenador de abordo envía secuencias de dichas instrucciones al subsistema de avance. Del estudio de los movimientos del vehículo, se determina que el vehículo avanza, gira a un lado u otro y vuelve avanzar,. Por término medio, avanza 15 cm. en línea recta y los giros son de 20°; es equiprobable el giro a la izquierda o a la derecha.

Para trazar el sistema, se transmite la secuencia de instrucciones por un canal de baja velocidad a la Tierra, por lo que desea la descripción más compacta posible.

Se pide:

a) Modelar gráficamente la secuencia de instrucciones como una fuente markoviana de primer orden.

b) Calcular la matriz de transiciones y las probabilidades estacionarias.

c) Calcular la incertidumbre de una instrucción después de una secuencia de instrucciones arbitrariamente larga.

d) Calcular la tasa de entropía.

e) Calcular la entropía de las tres primeras instrucciones si la secuencia empieza por la orden avanzar (R).

f) [opcional] Diseñar un esquema de comprensión de la fuente (Excluido Lempel-Ziv)

Febrero-04

I-37 Se solicita a un sistema de transmisión de datos el envío a través de un canal binario simétrico de tramas compuestas de 14 octetos de información. Este sistema realiza el envío de estas tramas protegiéndolas con una estrategia de control de errores ARQ de parada y espera descrita posteriormente, en la que tenemos libertad para añadir los bits necesarios de redundancia a dichas tramas. El canal tiene una velocidad de 64 Kbps, un tiempo de asentimiento de 1 ms y una probablidad de error de bit de 10^{-4}. Esta estrategia es la siguiente:

1. La primera transmisión de una trama se codifica con un código C_1 tal que el receptor pueda detectar al menos todos los errores de peso 1, 2 y 3 y en ese caso solicitar retransmisión.
2. En caso de la primera retransmisión de una trama, ésta se realiza codificando la trama con el mismo código C_1 diseñado anteriormente, pero el receptor **corregirá los errores de peso 1**. Si detecta error, pero no corrige, solicitará unas nueva retransmisión.
3. En caso de una segunda retransmisión de una trama, el transmisor utilizará otro código C_2 más potente, basado en un código BCH con polinomio generador $x^{14} + x^9 + x^8 + x^6+x^5 +x^4+x^2 +x +1$, factor de $1 + x^{127}$y que tienen una distancia mínima de 5. El receptor utilizará este código en modo de **corrección pura** para corregir al menos todos los errores de peso 1 y 2.

a) Diseñe con la mínima redundancia posible el código C_1 que permite ser utilizado para los puntos 1 y 2, es decir, para la transmisión y primera retransmisión de una trama. Especifique el polinomio generador, las dimensiones y sus capacidades de detección y corrección de errores. Puede serle útil la tabla de polinomios primitivos que se adjunta al final.

b) Especifique las dimensiones del código C_2.

c) Calcule la probabilidad (P_{RTX1}) de que en la primera transmisión, el receptor detecte errores y tenga que solicitar retransmisión. Calcule igualmente la probabilidad de que el receptor ofrezca datos erróneos a la aplicación en la primera transmisión.

d) Calcule la probabilidad (P_{RTX2}) de que en la segunda transmisión (primera retransmisión), el receptor detecte errores y tenga que solicitar una nueva retransmisión. Calcule igualmente la probabilidad de que el receptor ofrezca datos erróneos a la aplicación en esta segunda transmisión (primera retransmisión).

e) Calcule la probabilidad de que en la tercera transmisión (segunda retransmisión) el receptor ofrezca datos erróneos a la aplicación.

f) Calcule la probabilidad de error residual global, es decir,, la probabilidad de que una trama a transmitir acaba por una razón ofreciéndose errónea a la aplicación.

g) Calcule el rendimiento de esta estrategia de control de errores, utilizando las probabilidades calculadas anteriormente.

NOTA: Lista de polinomios primitivos

$x^2 + x + 1$	$x^5 + x^2 + 1$	$x^8 +x^4 +x^3 + x + 1$
$x^3 + x + 1$	$x^6 + x + 1$	$x^9 + x^4 + 1$
$x^4 + x + 1$	$x^7 + x^3 + 1$	$x^{10} + x^3 + 1$

Febrero-04

I-38 Un lenguaje escrito consta de una o más vocales equiprobables entre sí, una o mas consonantes también equiprobales entre sí, y uno o más simbolos de separación entre palabras, que también son equiprobables entre sí. La sintaxis del lenguaje exige que:

- Tras una consonante siempre viene una vocal.
- Tras un símbolo de separación siempre viene una consonante.
- Tras una vocal existe una probabilidad p de que siga una consonante, y una probabilidad q de que siga un símbolo de separación. Estas probabilidades condicionales son iguales para todas las vocales.
- Todo texto comienza por una consonante.

Se pide:

a) Suponiendo que haya una sola vocal, una sola consonante y un solo símbolo, modelar el lenguaje como un proceso markoviano. Calcular las probabilidades estacionarias de que suceda una vocal, consonante o símbolo de separación cualquiera.

b) Calcular la tasa de entropía del lenguaje en el caso general (p,q), y en particular si $p = ½$ y $q = ¼$.

c) Revisar los puntos anteriores si el número de vocales, consonantes o símbolos fuese de dos.

d) Idem si fuese de cuatro vocales, dieciséis consonantes, y dos símbolos separadores.

e) Para el caso de dos vocales, dos consonantes y dos símbolos, calcular la incertidumbre de cada uno de los tres primero símbolos de un texto.

f) Para el mismo caso, calcular la incertidumbre de un símbolo situado, por ejemplo, a mitad del tercer renglón de la cuarta página de un libro escrito con este lenguaje.

g) Para el mismo caso, calcular la incertidumbre de dos símbolos sucesivos situados a mitad del tercer renglón de la cuarta página del mismo libro.

h) Para esta caso, describir un método de codificación óptimo de compresión de este tipo de textos.

Septiembre-04

I-39 Dada una fuente que transmite palabras de 240 bits de información, se pretende construir un código cíclico que añada hasta 9 bits de redundancia. Para ello, conozco que los siguientes polinomios son primitivos:

1. $x^7 + x^3 + 1$
2. $x^8 + x^4 + x^3 + x^2 + 1$
3. $x^8 + x^6 + x^5 + x^3 + 1$
4. $x^8 + x^7 + x^6 + x^5 + x^2 + x + 1$
5. $x^9 + x^4 + 1$
6. $x^9 + x^6 + x^4 + x^3 + 1$
7. $x^{10} + x^3 + 1$

a) Analice las propiedades detectoras de los códigos posibles y elíjase el más conveniente para un canal BSC.

b) Diseñe él codificador sistemático más adecuado.

c) Diseñe el circuito receptor.

Supongamos que se utiliza un canal de 2 Mbps, cuya calidad es dudosa para la aplicación deseada, ya que puede degradarse hasta llegar a $p = 10^{-4}$, y con un tiempo de asentimiento T_{AS} de 1 ms. Se pide analizar cuantitativamente las distintas alternativas de calidad –coste. (error residual versus rendimiento) siguientes:

d) Solo corrección.

e) Sólo detección (parada y espera, rechazo simple o retroactivo y rechazo selectivo.

f) Mixtos: corrección y detección a la vez (parada y espera, rechazo simple o retroactivo y rechazo selectivo).

Septiembre-04

Departamento de Ingeniería de Sistemas Telemáticos
Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicación
Universidad Politécnica de Madrid

PM

Febrero 2006

I-I-40

ROBLEMA 2 (2 puntos)

ado el código determinado por las siguientes ecuaciones de paridad:

$$v_0 = u_1 + u_2$$
$$v_1 = u_0 + u_1 + u_2$$
$$v_2 = u_0 + u_2$$

$G:(P \,|\, I)$

a) Determinar las dimensiones del código, así como sus matrices generadora y de paridad y su distancia mínima.
b) Calcule la distribución de pesos de las palabras código.
c) Determine la tabla estándar (nota: si no la quiere hacer completa, basta con determinar <u>todos</u> los líderes de cogrupo). Determine la distribución de pesos de los líderes de cogrupo.
d) Si se quiere enviar la palabra fuente (1 0 0) y el canal durante su transmisión introduce el patrón de error (0 0 0 0 1 1), indique la palabra que el decodificador, funcionando en modo de corrección, proporciona a la aplicación receptora
e) Calcule la probabilidad <u>exacta</u> de cometer un error si el código se utiliza en modo de detección.
f) Calcule la probabilidad <u>exacta</u> de cometer un error si el código se utiliza en modo de corrección.

Este código se utiliza en un canal con un sistema ARQ de Parada y Espera que funciona de la siguiente manera: Se envían multitramas formadas por 10 palabras código del código anterior. Si el receptor detecta algún error en las palabras recibidas en una multitrama, manda un NAK y se retransmite nuevamente la misma multitrama con las 10 palabras código. Si no se detecta error en ninguna de las palabras recibidas en una multitrama, manda un ACK y el emisor manda una nueva multitrama con las 10 palabras código siguientes. El canal tiene un régimen binario R, una probabilidad de error de bit p y un tiempo de asentimiento T_{as} (tiempo desde que se ha terminado de enviar el último bit de una multitrama hasta que se empieza a enviar el primer bit de la siguiente multitrama después de recibir un ACK o NAK).

g) Calcule la probabilidad de que el receptor solicite una retransmisión.
h) Calcule la cadencia eficaz de esta técnica.

$$\overset{n}{(v_0, v_1, v_2)} = \overset{k}{(u_0, u_1, u_2)} \cdot G$$

$$\underset{(1\times3)}{(v_0, v_1, v_2)} = \underset{(1\times3)}{(u_0, u_1, u_2)} \cdot \underset{(3\times3)}{\left[\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]}$$

$$(1\times3) \cdot (3\times6) \rightarrow (1\times6)$$

$$(1\times6) \cdot (6\times3) \rightarrow (1\times3)$$

$$= (000011) \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= (001)$$

FEB'03 2/6

e) Las probabilidades de no detección y no corrección en un canal BSC con probabilidad de error de bit $p = 10^{-4}$

f) Calcular el polinomio generador del código dual y su distancia mínima

E-I-97

PROBLEMA 3 (1,5 puntos)

Los mensajes sucesivos que envía un sistema tienen una longitud máxima de 500 octetos (incluyendo la cabecera si procede). Estos mensajes se envían a través de un enlace de 32 kbps, cuya probabilidad de error de bit es de $p = 2{,}5 \cdot 10^{-4}$ y tiene una tiempo de asentimiento igual a 100 ms. Si se protegen con un código cuya distancia mínima es de 7, se pide:

a) **(Esta pregunta es OPCIONAL).** Considerando la distancia mínima y el número de sindromes distintos correspondientes para poder corregir, calcule cuantos bits de redundancia tiene que tener el código.

b) Teniendo en cuenta que existen códigos BCH de distancia mínima 7 para n y k iguales a (511, 448), (1023, 953), (2047, 1970) y (4095, 4001), seleccione el más adecuado e indique cuantos bits sería necesario sacrificar para numerar las secuencias en cada uno de los tres tipos de protocolo analizados en clase.

c) Calcular la probabilidad de que haya errores en el canal, y la cadencia eficaz para los tres tipos de técnicas ARQ vistos en clase. A la vista de los resultados, ¿qué habría que modificar para aumentar la eficacia?

d) ¿ Sería una alternativa para mejorar la eficacia usar el mismo código para corregir errores ?

Departamento de Ingeniería de Sistemas Telemáticos
Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicación
Universidad Politécnica de Madrid

ANSMISIÓN DE DATOS

10 de Septiembre de 2005

examen consta de 2 problemas. Conteste cada problema en hojas distintas.
ración: 2 horas 15 minutos. Sin libros ni apuntes. Solo chuleta a entregar.

OBLEMA 1 (3 puntos) E-I-44

viajante de comercio tiene clientes en España, Italia y Francia. Hace viajes continuamente de un is a otro. Se ha observado que después de visitar Italia, siempre viaja hacia Francia. Cuando se cuentra en Francia, viaja equiprobablemente a los otros países. Y cuando sale de España, viaja el le de veces a Francia que a Italia.

pide:

a) Modelar gráficamente la secuencia de viajes como una fuente markoviana de primer orden
b) Calcular la matriz de transiciones y las probabilidades estacionarias
c) Calcular la incertidumbre que se tiene acerca del próximo trayecto que realizará el viajante cuando se sabe que lleva un número arbitrariamente grande de trayectos
d) Calcular la tasa de entropía
e) Si el viajante se encuentra en Italia, calcular la incertidumbre de los siguientes 3 destinos.
f) Ídem si el viajante se encuentra inicialmente en Francia.
g) Diseñar un esquema de compresión de la fuente basado en Lempel-Ziv en el caso f).

E-I-42

OBLEMA 2 (3 puntos)

ea un mensaje fuente de 84 bits que se pretende enviar a través de un canal BSC que tiene una robabilidad de error de bit de 10^{-3}, un tiempo de asentimiento de 1 ms y un régimen binario R de 10 bits/sg. Se pide analizar la probabilidad de que ese mensaje se entregue corrupto a la aplicación ceptora, así como la eficiencia o cadencia eficaz en los siguientes casos:

) Se envían los mensajes directamente sin código.
) Se utiliza una técnica FEC consistente en que se envía cada bit del mensaje por triplicado, y el decodificador decide el bit resultante por mayoría entre los tres bits recibidos.
) Se utiliza una técnica FEC basada en un código C(15,7) con $g(x)=1+x^4+x^6+x^7+x^8$ del que sabemos que tiene distancia mínima 5
) Se utiliza una técnica ARQ de Parada y Espera en la que la detección se realiza con un código cíclico Hamming C(7,4)
) Se utiliza una técnica ARQ de Parada y Espera hibrida, en la que utilizando el código anterior mejorado para aumentar en uno su distancia mínima, los errores de peso 1 se corrijan y los de peso 2 se detecten.
) Se utiliza una técnica ARQ de Parada y Espera modificada, en la que utilizando el código del apartado c), la primera transmisión se realiza utilizando el código solo para detección, pero en la retransmisión se utiliza el código solo para corrección. En este caso, calcule solo la eficiencia.

RANSMISIÓN DE DATOS 31 de Enero de 2005

nteste cada ejercicio en hojas distintas. Duración: 2 horas 15 minutos. Sin libros ni apuntes. lo chuleta a entregar.

ROBLEMA 1 (2 puntos)

Una sonda meteorológica graba o transmite periódicamente símbolos acerca de una de las variables dicando exclusivamente si: Permanece (I), sube (+), o baja (-). La experiencia demuestra en primer gar que si el símbolo precedente era (I) la probabilidad de repetir q es alta y que son equiprobables s otras dos posibilidades. En cambio si el símbolo precedente fuese de cambio la probabilidad de epetir el símbolo q' es algo menor que q, nunca hay dos cambios de signo opuesto sucesivos, y se sabe demás que la duración media de las persistencias en el primer caso es el doble de las del segundo.

n este contexto se pide:

a) Relacionar q y q'.
b) Modelar el proceso y analizar si procede sus probabilidades estacionarias
c) Calcular la tasa de entropía en el caso general.
d) Calcularla si $q = 2/3$.
e) Calcular la entropía de dos símbolos que suceden a un I en este caso.
f) En el caso de que $q = 0{,}917 = (1/2)^{1/8}$ diseñar un mecanismo de codificación compacta y compararlo con la tasa de entropía.

E-I-43

ROBLEMA 2 (2 puntos)

Dada una fuente que transmite palabras de 1.000 bits de información, se pretende construir un código que proteja estos datos. Para ello, conozco que los siguientes polinomios son primitivos:

$x^7 + x^3 + 1$
$x^8 + x^4 + x^3 + x^2 + 1$
$x^8 + x^6 + x^5 + x^3 + 1$
$x^8 + x^7 + x^6 + x^5 + x^2 + x + 1$
$x^9 + x^4 + 1$
$x^9 + x^6 + x^4 + x^3 + 1$
$x^{10} + x^3 + 1$
$x^{11} + x^2 + 1$
$x^{14} + x^{10} + x^6 + x + 1$
$x^{15} + x + 1$

Se pide:

a) Diseñe el que a su juicio sea mejor código para transmitir dichas palabras con distancia mínima 3. Razone los motivos de su elección.
b) Diseñe el codificador sistemático más adecuado

dit
UPM

Departamento de Ingeniería de Sistemas Telemáticos
Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicación
Universidad Politécnica de Madrid

TRANSMISIÓN DE DATOS 17 de Noviembre de 2005

Conteste cada ejercicio en hojas distintas. ***Duración: 1 hora. Sin libros ni apuntes. Solo chuleta (manuscrita por una sola cara) a entregar.***

PROBLEMA 1

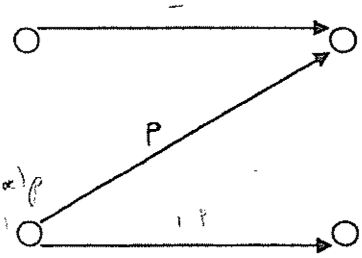
$H(Y) \leq \log_2 |Y|$

Analizar la capacidad de un canal en Z con p =1/2

$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ p & 1-p \end{pmatrix}$

$H(Y) = (1-\alpha)(1-p) \cdot \log \frac{1}{(1-\alpha)(1-p)}$

$+ \quad \alpha + (1-\alpha)p \log \frac{1}{\alpha+(1-\alpha)p}$



$C = H(Y) - H(Y/X) =$

$p(Y=1) = (1-\alpha)(1-p)$

$p(Y=0) = \alpha \cdot 1 + (1-\alpha)p$

$\alpha \cdot 0 + (1-\alpha)H(p) = H(Y/X)$

$\to \frac{v'}{v} \log_2 e$

PROBLEMA 2 $\boxed{E\text{-}I\text{-}45}$

Un dispositivo que mide un parámetro genera periódicamente un símbolo que pertenece al conjunto {= , +, - }. El símbolo "=" significa que el parámetro no ha cambiado respecto de la medida anterior. El símbolo "+" que ha aumentado y el "-" que ha disminuido. Tras una alteración de la medida siempre sigue uno o más períodos de estabilidad (=,...) con una duración media de L. Si se supone que el proceso tiene una memoria de primer orden, y las alteraciones (+, -) son equiprobables, se pide:

A) Modelar el proceso (Grafo y Matriz Π)
B) Si p es la probabilidad de repetir el símbolo "=", relacionar L y p.
C) Para un p genérico calcular la solución estacionaria y analizar si es asintótica.
D) Calcular la tasa de entropía de este proceso.
E) Determinar el valor de p que maximiza la tasa de entropía y calcular el valor de L correspondiente a dicho p. Verificar que L = 2.
F) Según el apartado anterior, calcular el valor máximo de la tasa de entropía.
G) Analizar la entropía de un símbolo tomado en una posición al azar de la cadena
H) Analizar la entropía de dos símbolos sucesivos tomados en una posición al azar de la cadena
I) Analizar la entropía de dos símbolos si se sabe que el primero es un indicador de alteración de medida.
J) Considerando este resultado estudiar una codificación binaria trivial de esta fuente ternaria que utilice exactamente $\mathcal{H}(x)$ bits por símbolo (la tasa de entropía).
K) Analizar la tasa de entropía para L = 9
L) (OPCIONAL) Describir la codificación de esta fuente con un código RLE (de persistencias)
M) (OPCIONAL) Analizar cuantos símbolos de la fuente se codifican cada vez (por termino medio), en cuantos bits resultan codificados y el numero de bits por símbolo necesarios. Comparar con la tasa de entropia

dit
UPM

Departamento de Ingeniería de Sistemas Telemáticos
Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicación
Universidad Politécnica de Madrid

TRANSMISIÓN DE DATOS

24 de Noviembre de 2007

Duración: 2 horas. Sin libros ni apuntes. Solo chuleta (manuscrita por una sola cara) a entregar. Contestar cada problema en hojas separadas.

PROBLEMA 1

Dada una variable x ϵ {A, B, C, D, E, F, G} con distribución {2/32, 7/32, 10/32, 2/32, 1/32, 4/32, 6/32}

a) Diseñar un código óptimo para la misma.
b) Diseñar un código Elias-Fano recortado.
c) Comparar longitudes medias con entropía.

PROBLEMA 2

Modelar un proceso en el que hay tres símbolos {0, 1, +}, tales que: tras un {0} puede suceder equiprobablemente otro {0} o una secuencia de dos {+} consecutivos; tras un {1} puede suceder equiprobablemente otro {1} o una secuencia de dos {+} consecutivos; y tras la secuencia de los dos {+} pueden venir equiprobablemente un {0} o un {1}.

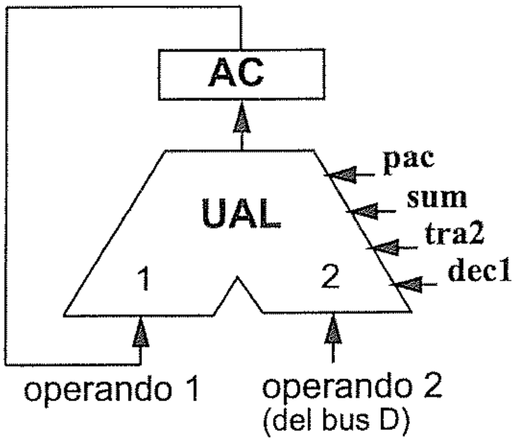
a) Modelar el grafo del proceso como un proceso markoviano de primer orden.
b) Identificar si existe solución estacionaria; calcularla en caso afirmativo.
c) Identificar si es periódico y si existe distribución asintótica; calcularla en caso afirmativo.
d) Calcular la tasa de entropía, y
e) Proponer una codificación compacta del proceso
f) Codificar la secuencia= 000++00++111++1

PROBLEMA 3

Sea un proceso binario X ϵ {A, B} de símbolos independientes e idénticamente distribuidos donde la probabilidad de B es 1/12.

a) Calcular la tasa de entropía.
b) Considérese la variable aleatoria m, definida como la longitud de secuencias compuestas por varias (≥ 0) A´s que terminan en una B.
    1) Determinar la distribución de M. Sugerencia: compruebe que $\sum_{m=1}^{m=\infty} \quad p(M)=1$
    2) Calcular el valor medio de las longitudes de las secuencias (L=E[M]).
    3) Demostrar que la entropía de M es H(M) = H(X) · L.
c) Proponer una codificación compacta de esta fuente. (Sugerencia: Codificar las longitudes de secuencias de A's terminadas en una B)
d) Codificar la secuencia = AAAAAAAAAAAAAAAAAABAAAAAAAAAAAAAAAB

Símplez: unidad aritmética



Operaciones (notación «RT»):

* **pac**: 0 → AC

* **sum**: (AC) + (bus D) → AC

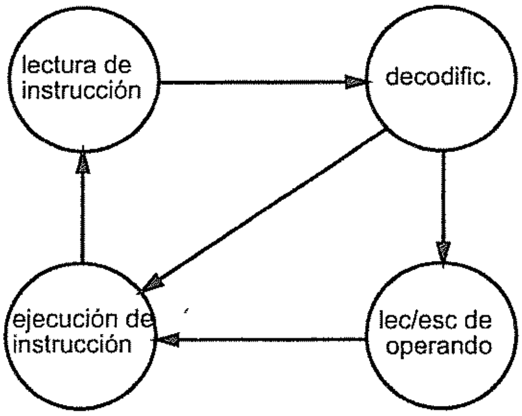
* **tra2**: (bus D) → AC

* **dec1**: (AC) – 1 → AC

Símplez: unidad de control

Repite indefinidamente:

1. *Extrae* una instrucción de la MP
2. La *interpreta:*
   - *a*) *Descodifica* la instrucción
   - *b*) En su caso, *extrae* el operando
   - *c*) *Ejecuta* la instrucción
3. Genera dirección de la siguiente (normalmente, ya en el paso 1)



TRANSMISIÓN DE DATOS

1 de Septiembre de 2006

El examen consta de 2 problemas. Conteste cada problema en hojas distintas.
Duración: 2 horas 15 minutos. Sin libros ni apuntes. Solo chuleta a entregar.

PROBLEMA 1 (3 puntos)

Una fuente genera sucesiva e independientemente uno de los siguientes mensajes:

- *a*
- *a b*
- *a b c*

El primero de ellos el 50% de las veces y el 25% los otros dos, de tal modo que a la salida se observa una secuencia continua de letras ϵ {a,b,c}.

Andrés y Clara tratan de averiguar la probabilidad de que salga una "a" y la entropía de la secuencia. Andrés propone modelar el proceso como un proceso con memoria y así resolver la duda.

a) Modelar el proceso como un proceso con memoria, calcular sus probabilidades estacionarias y la tasa de entropía.

Clara sugiere que no hace falta y se puede ver con un razonamiento mas simple teniendo en cuenta la longitud media, la entropía de la fuente, y la aparición de secuencias individuales en una secuencia típica larga.

b) Razonar cual es la tasa de entropía y la frecuencia de la "a" en una secuencia larga.

Andrés observa que el código sería mejor si en lugar del utilizado se invirtiese el orden de las letras. Es decir si los mensajes fuesen:

- *a*
- *b a*
- *c b a*

c) Razonar la ventaja de esta propuesta.

Andrés se pregunta se pregunta que cual seria el nuevo modelo markoviano y si podían cambiar los resultados. Clara dice que no lo ve claro.

d) Remodelar el proceso, y aclarar la duda.

Clara argumenta que puestos a cambiar se podría hacer el mismo código, pero binario. O sea, utilizando:

- *a*
- *b a*
- *b b a*

Andrés se cuestiona si seria decodificable y si cambiarían la tasa de entropía y frecuencia de la letra "a".

e) Resolver ambas dudas.

Además Andrés opina que puestos a cambiar se podía diseñar un código óptimo binario en {a,b} para esta fuente.

f) Cuàl seria el código óptimo, cual la tasa de entropía, y la frecuencia de la "a" resultante. ¿Tiene memoria el proceso resultante?

Andrés lo diseña y se lo enseña a Clara que le hace ver que para decodificarlo puede tener un problema de sincronización.

g) ¿A qué se refiere?

PROBLEMA 2 (3 puntos)

Dado un código cíclico (15,5) cuyo polinomio generador es $x^{10} + x^8 + x^5 + x^4 + x^2 + x + 1$, se pide:

a) ¿Es un código lineal bloque?

b) Encontrar el polinomio código sistemático del polinomio mensaje $x^4 + x + 1$.

c) Buscar la matriz generadora y de paridad.

d) Sea $r(x) = x^{14} + x^{13} + x^{10} + x^6 + x^3$ un polinomio recibido. ¿Es un polinomio código?

e) ¿Cuál es el polinomio de paridad h(x)?

f) ¿Qué puede decir sobre la distancia del código?

g) ¿Cuáles son las propiedades detectoras del código?

h) ¿Cuáles son las propiedades correctoras del código?

i) Calcular la probabilidad de error de no detectado residual

j) Calcular la probabilidad de error de no corregido residual

k) Si queremos transmitir un fichero de 1.024 bits a través de un canal con $p = 10^{-4}$, averiguar la probabilidad que el fichero recibido tenga 0, 1, 2, 3 o 4 errores.

l) Repetir el análisis si utilizamos el código anterior para corregir errores.

m) Ídem si lo usamos para detectar errores.

PROBLEMAS TEMAS 5, 6 Y 7

Problema 2. Febrero 2006 $\boxed{E-I-40}$

Dado el código determinado por los siguientes ecuaciones de paridad:

$v_0 = u_1 + u_2$

$v_1 = u_0 + u_1 + u_2$

$v_2 = u_0 + u_2$

a) Dimensiones del código, G, H y dmín

$$\left.\begin{array}{l} \cdot\ K = 3 \\ \cdot\ n - K = 3 \end{array}\right\} \Rightarrow C(6,3)$$

$$\cdot\ G = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$G = [P \mid I_k]$

$$\cdot\ H = [I_{n-k} \mid P^T] = \left[\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right] \Rightarrow d_{mín} = 3$$

b) Distribución de pesos de las palabras código

- Como es un código C(6,3) tiene $2^3 = 8$ palabras código ⇒ hay que calculárselas:

· Palabras código:	Pesos:
· $\vec{v}_0 = (000) \cdot G = (000000)$	0
· $\vec{v}_1 = (001) \cdot G = (111001)$	4
· $\vec{v}_2 = (010) \cdot G = (110010)$	3
· $\vec{v}_3 = (011) \cdot G = (001011)$	3
· $\vec{v}_4 = (100) \cdot G = (011100)$	3
· $\vec{v}_5 = (101) \cdot G = (100101)$	3
· $\vec{v}_6 = (110) \cdot G = (101110)$	4
· $\vec{v}_7 = (111) \cdot G = (010111)$	4

$$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} A_0 = 1 \\ A_3 = 4 \\ A_4 = 3 \end{array}\right.$$

TEORÍA

- Hay un teorema que dice que o todas las palabras son de peso par o la mitad son de peso par y la otra mitad de peso impar ⇒ está bien para comprobar

Determine la tabla estándar:

$$2^k = 2^3 = 8$$

$$\begin{array}{c|cccccccc|}
000 & \bar{0} & \bar{v}_1 & \bar{v}_2 & \bar{v}_3 & \bar{v}_4 & \bar{v}_5 & \bar{v}_6 & \bar{v}_7 \\
100 & 100000 & \bar{e}_1+\bar{v}_1 & & & & & & \\
010 & 010000 & & & & & & & \\
001 & 001000 & & & & & & & \\
011 & 000100 & & & & & & & \\
110 & 000010 & & & & & & & \\
111 & 000001 & & & & & & & \\
\boxed{101} & \rightarrow 010001 \ \odot & & & & & & & \bar{e}_7+\bar{v}_7
\end{array} \quad 2^{n-k} = 2^3 = 8$$

es el que falta

por ejemplo

- Tiene que haber ocho líderes de cogrupo y sólo hay 7 ⇒ calculamos el octavo:

- $\bar{s} = \bar{e} \cdot H^T \Rightarrow (s_0\ s_1\ s_2) = (e_0\ e_1\ e_2\ e_3\ e_4\ e_5) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ H^T ⇒

$$\Rightarrow \begin{cases} s_0 = e_0 + e_4 + e_5 \\ s_1 = e_1 + e_3 + e_4 + e_5 \\ s_2 = e_2 + e_3 + e_5 \end{cases}$$

- Vamos a ir sacando los síndromes asociados a cada cogrupo, para ponerlos y saber cuál falta:

$$\left.\begin{array}{l} e_0 = 1 \Rightarrow \bar{s} = (100) \\ e_1 = 1 \Rightarrow \bar{s} = (010) \\ e_2 = 1 \Rightarrow \bar{s} = (001) \\ e_3 = 1 \Rightarrow \bar{s} = (011) \\ e_4 = 1 \Rightarrow \bar{s} = (110) \\ e_5 = 1 \Rightarrow \bar{s} = (111) \end{array}\right\} \odot$$

- Una vez que sabemos el síndrome que falta calculamos el error de peso mínimo:
  - $s_0 = 1 = e_c + e_4 + e_5$
  - $s_1 = 0 = e_1 + e_3 + c_4 + e_5$ $\Big\}$ ①
  - $s_2 = 1 = c_2 + e_3 + e_5$

  - Intentamos buscar el error de menor peso:
    - de peso 1 no puede ser ya que están todos
    - de peso 2 o más ⇒ intentamos de peso dos
      - lo normal es que nos salgan varias combinaciones (☁ y O) ⇒ cogemos el que queramos:
        - Por ejemplo: (0 1 0 0 0 1)

- Distribución de pesos de los líderes de cogrupo:
  - $\alpha_i = \binom{n}{i}$ y $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i = 2^{n-k} = 8$ por lo que:
    - $\alpha_0 = 1$

      t = 1 ⇒ si el código fuera perfecto $\sum \alpha_i = 7$ y para en α_1

      $\alpha_1 = \binom{n}{1} = 6$

      $\alpha_{2} = \binom{n}{2} = \binom{6}{2} = 1$ ⇒ el código no es perfecto

      sólo me queda uno para llegar a 8

      vemos que el último error de la tabla es de peso dos, pero si no lo viéramos supondríamos que es de orden inmediatamente superior, dos

d) Enviar (100) + patrón de error (0 0 0 0 1 1) ⇒ ¿palabra que el decodificador funcionando en modo corrección proporciona a la aplicación receptora?

- (1 0 0) ⟶ (0 1 1 1 0 0)

$$\begin{array}{rl} & (0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0) \\ + & (0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1) \text{ error} \\ \hline & (0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1) \text{ palabra recibida} \end{array}$$

- Seguro que lo va a corregir mal porque el error introducido no es líder

: de ningún cogrupo

- $\bar{s} = \bar{r} \cdot H^T = (0\,1\,1\,1\,1\,1) \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = (0\,0\,1)$

líder de cogrupo

$\bar{e} = (0\,0\,1\,0\,0\,0)$

- $\hat{v} = \bar{r} + \bar{e} = (0\,1\,0\,1\,1\,1) \Rightarrow$ lo ha corregido a una palabra código pero no a la palabra código buena.

e) Prob. exacta de cometer un error si el código se utiliza en modo de detección:

- $P_{ND} = 1 \cdot p^0 (1-p)^6 + 4 \cdot p^3 (1-p)^3 + 3p^4(1-p)^2$

$A_0 = 1, \; A_3 = 4, \; A_4 = 3$

f) Prob. de no corrección exacta:

- $P_{NC} = 1 - 1\cdot(1-p)^6 - 6p\,(1-p)^5 - 1 \cdot p^2 (1-p)^4$

$\alpha_0 = 1, \; \alpha_1 = 6, \; \alpha_2 = 1$

t = 2, error de peso dos hay que ponerlo, aunque t = 1 si el código no es perfecto

g) ARQ $P_y E$ modificados

P_{retx} = P(detectar un error en la multitrama) = 1 - P(no detectar error en la multitrama) = 1 - P(no hay error en la multitrama) = 1 - P(no hay error en la trama)^{10} = $1 - [(1-p)^n]^{10} = 1 - (1-p)^{10n} = 1 - (1-p)^{60}$

h) Cef ?

$$C_{ef} = (1 - P_{retx}) \cdot \frac{30}{60 + T_{AS} \cdot R} \cdot R$$

3·10

6·10

$P_y E$ con multitramas

La multitrama está formada por diez palabras

E - I - 34:

Dado $g(x) = x^4 + x^3 + x^2 + 1$

a) n, K

- ① El grado del generador siempre es la redundancia del código:

. $n - K = 4$

NOTE BOOK

- ② para calcular n

- ⓐ g(x) tiene que ser factor de x^n+1. Como hay 4 bits de redundancia qué menos que que haya un bit de información ⇒ empezamos a probar con $n=5$:

- $$\begin{array}{l|l} x^5 + 1 & x^4+x^3+x^2+1 \\ \cline{2-2} \underline{x^5+x^4+x^3+x} & x+1 \\ x^4+x^3+x+1 & \\ \underline{x^4+x^3+x^2+1} & \\ x^2+x & \end{array}$$

⇒ el resto es distinto de cero ⇒ no vale ⇒ ¿n = 6?

- $$\begin{array}{l|l} x^6 + 1 & x^4+x^3+x^2+1 \\ \cline{2-2} \underline{x^6+x^5+x^4+x^2} & x^2+x \\ x^5+x^4+x^2+1 & \\ \underline{x^5+x^4+x^3+x} & \\ x^3+x^2+x+1 & \end{array}$$

⇒ el resto es distinto de cero ⇒ no vale ⇒ ¿n = 7?

- $$\begin{array}{l|l} x^7 + 1 & x^4+x^3+x^2+1 \\ \cline{2-2} \underline{x^7+x^6+x^5+x^3} & x^3+x^2+1 \\ x^6+x^5+x^3+1 & \\ \underline{x^6+x^5+x^4+x^2} & \\ x^4+x^3+x^2+1 & \\ \underline{x^4+x^3+x^2+1} & \\ 0 & \end{array}$$

⇒ $n=7$ ⇒ $C(7,3)$

Este método siempre funciona pero si n = 15 por ejemplo, es un peñazo

- ⓑ si suena la flauta: $g(x) = (x+1)\cdot p(x)$ con $p(x)$ polinomio primitivo:

- $$\begin{array}{l|l} x^4+x^3+x^2+1 & x+1 \\ \cline{2-2} \underline{x^4+x^3} & x^3+x+1 \\ x^2+1 & \\ \underline{x^2+x} & \\ x+1 & \\ \underline{x+1} & \\ 0 & \end{array}$$

⇒ como el resto es cero ⇒ $g(x) = (1+x)\cdot\overbrace{(x^3+x+1)}^{\text{pol. primitivo}}$ ⇒

tendrían que darnos una lista a la podríamos llevar en la chuleta

⇒ al ser un polinomio primitivo genera un código Hamming / $n = 2^7-1 =$

$= 2^3 - 1 = 7$

dmín

dmín = 3 + 1 = 4 ⇒ Hamming con un bit de paridad

- (x^3+x+1) → Hamming ⇒ dmín = 3
- $(x+1)$ → paridad ⇒ dmín + 1

si dmín inicial no fuera impar no subiría al multiplicar por $1+x$

Distribución de pesos

- Método para códigos cíclicos:
  - Multiplicar $x^{n-k}\cdot u(x)$
  - $b(x) = \text{resto}\left[\dfrac{x^{n-k}\cdot u(x)}{g(x)}\right]$
- Tablita:

	u(x)	V(x)	
	000	0000 000	⇒ SIEMPRE
x^2 ←	001	0111 001	
	010	1110 010	
	011	1001 011	
	100	1011 100	
	101	1100 101	
	110	0101110	
	111	0010111	

⇒ $\begin{cases} A_0 = 1 \\ A_4 = 7 \end{cases}$

- Ponemos todos los posibles u(x) y vamos calculando los v(x) correspondientes de la siguiente manera:
  - si $u(x) = 0$ ⇒ $V(x) = 0$ siempre
  - los últimos tres bits de cada v(x) van a ser los u(x) correspondientes
  - $x^2\cdot x^{n-k} = x^2\cdot x^4 = x^6$ ⇒ x^6

$$\begin{array}{l|l} x^6 & x^4+x^3+x^2+1 \\ \hline \underline{x^6+x^5+x^4+x^2} & x^2+x \\ x^5+x^4+x^2 & \\ \underline{x^5+x^4+x^3+x} & \\ x^3+x^2+1 \equiv \boxed{0111} & \end{array}$$

- Como se trata de códigos cíclicos si $v(x)$ se corresponde con $u(x) \Rightarrow$ $\Rightarrow$ a $u^{(1)}(x)$ le corresponderá $v^{(1)}(x)$ $\Rightarrow$ a partir del $v(x)$ de $\bar{u} = (001)$ puedo obtener los $v(x)$ de $\bar{u} = (010)$ y $\bar{u} = (100)$:
  - $\bar{u} = (001) \Rightarrow \bar{v} = (0111001)$
  - $\bar{u} = (010) \Rightarrow$ roto $\bar{v}$ hasta conseguir al final 010 $\Rightarrow \boxed{\bar{v} = (111\,0010)}$
  - $\bar{u} = (100) \Rightarrow$ roto $\bar{v}$ hasta conseguir al final 100 $\Rightarrow \boxed{\bar{v} = (10\,11100)}$
- Como el código además es lineal:
  - si $\bar{u}_1(011) = \bar{u}_2(001) + \bar{u}_3(010) \Rightarrow \bar{v}_1 = \bar{v}_2 + \bar{v}_3 = \boxed{(1001\,011)}$
  - $\bar{u}_1(101) = \bar{u}_2(100) + \bar{u}_3(001) \Rightarrow \bar{v}_1 = \bar{v}_2 + \bar{v}_3 = \boxed{(1100\,101)}$
  - $\bar{u}_1(110) = \bar{u}_2(100) + \bar{u}_3(010) \Rightarrow \bar{v}_1 = \bar{v}_2 + \bar{v}_3 = \boxed{(0101110)}$
  - $\bar{u}_1(111) = \bar{u}_2(100) + \bar{u}_3(011) \Rightarrow \bar{v}_1 = \bar{v}_2 + \bar{v}_3 = \boxed{(0010\,111)}$

d) Distribución de líderes de cogrupo:

- $\sum_i \alpha_i = 2^{n-k} = 16$
  - $\alpha_0 = 1$
  - $\alpha_1 = \binom{n}{1} = \binom{7}{1} = 7$
  - $\alpha_2 = 16 - 8 = 8 \Rightarrow$ como $d_{min} = 4 \Rightarrow t = 1 \Rightarrow$ el código no es perfecto, lo hemos expandido

e) Prob de no detección y no corrección:

- $P_{ND} = \sum_{i=1}^{n} A_i \cdot p^i (1-p)^{n-i} = 7 \cdot p^4 (1-p)^3 = 7 \cdot 10^{-16}$

el de peso cero no lo ponemos porque no hay errores

- $P_{NC} = 1 - \alpha_0 (1-p)^7 - \alpha_1 \cdot p \cdot (1-p)^6 - \alpha_2 \cdot p^2 (1-p)^5 = 1'5 \cdot 10^{-7}$

aquí sí los consideramos (los de peso 0) porque hacemos P_{NC} como $1 - P_C$ y los de cero sí se corrigen porque no hay errores

$\alpha_0 = 1$; $\alpha_1 = 7$; $\alpha_2 = 8$

f) Código dual:

- $h(x) = \dfrac{x^n + 1}{g(x)}$

$$\begin{array}{l|l} x^7 + 1 & x^4 + x^3 + x^2 + 1 \\ \underline{x^7 + x^6 + x^5 + x^3} & x^3 + x^2 + 1 \\ x^6 + x^5 + x^3 + 1 & \\ \underline{x^6 + x^5 + x^4 + x^2} & \\ x^4 + x^3 + x^2 + 1 & \\ \underline{x^4 + x^3 + x^2 + 1} & \\ 0 & \end{array}$$

$\Rightarrow h(x) = x^3 + x^2 + 1$

- $h'(x) = x^K \cdot h(x^{-1}) = x^3(x^{-3} + x^{-2} + 1) = 1 + x + x^3$
- $h'(x) = x^3 + x + 1 \equiv$ generador del código dual $\Rightarrow$ como es primitivo

  $d_{mín} = 3$
- $C(7,4)$

blema 3. Febrero 2003: E-I-41

Longitud máxima de los mensajes: 500 octetos

$R = 32$ Kbps

$p = 2{,}5 \cdot 10^{-4}$

$T_{AS} = 100$ ms

$d_{mín} = 7$

a) Considerando dmín y el número de síndromes distintos correspondientes para poder corregir, calcule cuántos bits de redundancia tiene que tener el código

b) Códigos BCH, $d_{mín} = 7$

- $C(511,448) \Rightarrow n-K = 63$
- $C(1023,953) \Rightarrow n-K = 70$
- $C(2047,1970) \Rightarrow n-K = 77$
- $C(4095,4001) \Rightarrow n-K = 94$

500 octetos $= 500$ bytes $\cdot \frac{8 \text{ bits}}{\text{byte}} =$

$= 4000$ bits

Seleccione el más adecuado e indique cuántos bits sería necesario sacrificar para numerar las secuencias en cada uno de los tres tipos de protocolo analizados en clase.

- El único código válido es $C(4095,4001)$ porque sería el único capaz

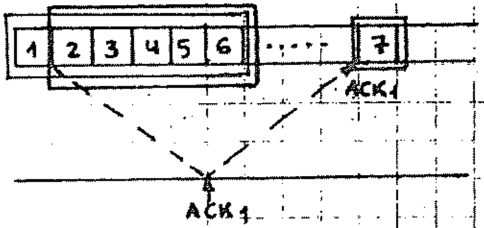
de mandar 4000 bits ⇒ para que udiera habría que recortar
⇒ $C_r(4094, 4000)$ ⇒ no lo vamos a recortar porque tiene que haber bits para la cabecera

- **BITS DE CABECERA ⟺ VENTANA DESLIZANTE**
  - Parada y espera: sólo hace falta usar el protocolo de bit alternante ⇒ cabecera = 1 bit = C (es así siempre, para todos los parada y espera del mundo)
  - Rechazo simple
  - Rechazo selectivo

  } aparece el concepto de ventana deslizante

  CONCEPTO DE VENTANA DESLIZANTE

  - Indica el número simultáneo de tramas que puede tener el emisor pendiente de asentimiento

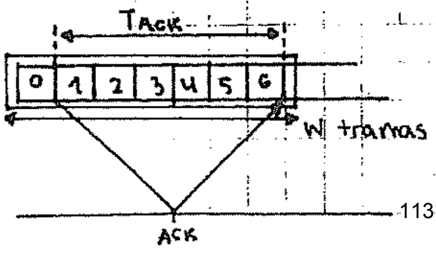


El tamaño siempre es el mismo pero se va deslizando en función de los asentimientos

- La pregunta que nos hacen es cuál es el tamaño de la ventana
- Hay que calcular el tamaño de la ventana en función del emisor. Lo que al emisor le gustaría sería no tener que callarse nunca ⇒ ⇒ hay que calcular el tamaño de la ventana de manera que el emisor no tenga que callarse nunca.
- El ACK tiene que llegar antes de que se acabe la ventana para que no se quede parado el emisor. $C = \log_2 W$

$= N + 1 \quad N = \frac{T_{as}}{X_o} = \frac{T_{c}}{n_{iR}}$

- Rechazo simple:



$$\boxed{W \equiv \text{tamaño de ventana} = \frac{\text{nº de tramas en un tiempo de ACK}}{T_{ACK}} + 1}$$

- $x_p = \frac{4095}{32 \cdot 10^3} = 128$ ms

- T_{ACK} = 100 ms ⇒ en este caso, el ACK llegaría antes de que terminásemos de mandar la segunda trama ⇒ W = 2 ~~bits~~ ⇒ 1 bit

- Rechazo selectivo:

  - Este hay que creérselo y se calcula a partir del de rechazo simple:

  - $\boxed{W_{r.simple} \le \frac{\text{máximo nº de secuencias} + 1}{2}}$ ←

  - $2 \le \frac{\text{máximo nº de secuencias} + 1}{2} \Rightarrow$

    $\Rightarrow$ máximo nº de secuencias$\Big|_{r.selectivo} = 3$

  - En rechazo selectivo las ventanas se van a contar desde 1 hasta 3 ⇒ $W_{r.selectivo}$ = 2 bits

    necesito dos bits para contar hasta 3

) Prob. de que haya errores en el canal y Cef para los 3 tipos de ARQ

- $P_{errores\ canal} = P_{error\ de\ bloque} = 1 - (1-p)^{4095}$

  suponiendo que el código detecta todo

  no tengo datos adicionales que me prohiban utilizar la hipótesis

- Parada y espera: $C_{ef} = (1-P_{eb}) \cdot \frac{K \cdot R}{n + T_{AS} \cdot R} = 0'368 \cdot \frac{4000 \cdot R}{4095 + T_{AS} \cdot R} =$

- Rechazo simple: $C_{ef} = (1-P_{eb}) \cdot \frac{K \cdot R}{n + P_{eb} \cdot T_{AS} \cdot R} \Bigg|_{\substack{K=3999 \\ n=4095}}$

- Rechazo selectivo: $C_{ef} = (1-P_{eb}) \cdot \frac{K \cdot R}{n} \Bigg|_{\substack{K=3999 \\ n=4095}}$

¿Qué habría que hacer para aumentar la eficacia?

- Mejorar la probabilidad de error de bloque

d) ¿Sería una alternativa para mejorar la eficacia usar el mismo código para corregir errores?

- Si cuando hablamos de eficacia nos referimos a rendimiento, sí sería una alternativa porque $\rho_{FEC} = \frac{K}{n} = \frac{4000}{4094} = 97'7\%$.

- Si cuando hablamos de eficacia nos referimos a la probabilidad de error, no sería una alternativa porque el código corrige mucho peor que lo que detecta.

E - I - 39:

$$\left.\begin{array}{l} K = 240 \\ n-K = 9 \end{array}\right\} C(249, 240)$$

1. $x^7 + x^3 + 1$
2. $x^8 + x^4 + x^3 + x^2 + 1$
3. $x^8 + x^6 + x^5 + x^3 + 1$
4. $x^8 + x^7 + x^6 + x^5 + x^2 + x + 1$
5. $x^9 + x^4 + 1$
6. $x^9 + x^6 + x^4 + x^3 + 1$ ...
7. $x^{10} + x^3 + 1$ ...

a) Analizar las propiedades detectoras de los códigos posibles y elegir el más conveniente para un canal BSC.

- Grado 7 y grado 10 no valen porque $n-K \neq 9$
- Los de grado 8 valen al multiplicar por $x+1$ y $n = 2^8 - 1 = 255$:

$$\left.\begin{array}{l} \cdot\ 2.\ g_1(x) = (1+x)(x^8 + x^4 + x^3 + x^2 + 1) \\ \cdot\ 3.\ g_2(x) = (1+x)\cdot(x^8 + x^6 + x^5 + x^3 + 1) \\ \cdot\ 4.\ g_3(x) = (1+x)\cdot(x^8 + x^7 + x^6 + x^5 + x^2 + x + 1) \end{array}\right\} d_{mín} = 4 \Rightarrow s = 3$$

- Los de grado 9 valen directamente:

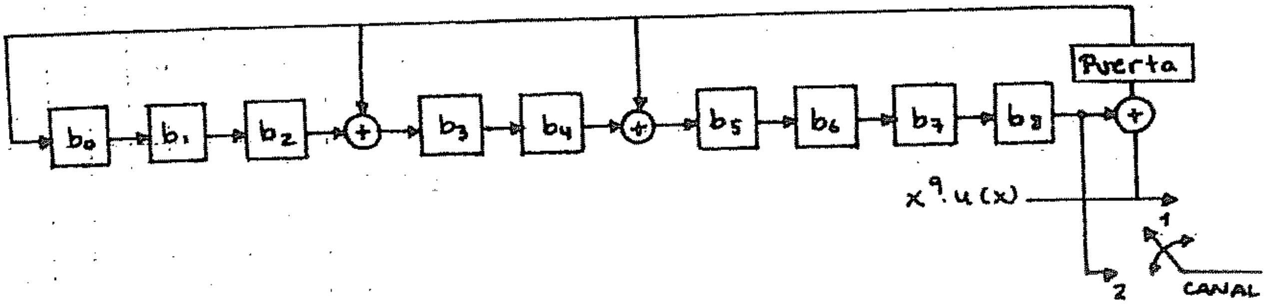
$$\left.\begin{array}{l} \cdot\ 5.\ g_4(x) = x^9 + x^4 + 1 \\ \cdot\ 6.\ g_5(x) = x^9 + x^6 + x^4 + x^3 + 1 \end{array}\right\} d_{mín} = 3 \Rightarrow S = 2$$

- 5 y 6 no son los más convenientes por tener menos 5. Nos quedan 2, 3 y 4:
  - $g_1(x) = x^9 + x^8 + x^5 + x^2 + x + 1$
  - $g_2(x) = x^9 + x^8 + x^7 + x^5 + x^4 + x^3 + x + 1$
  - $g_3(x) = x^9 + x^5 + x^3 + 1$
- Nos quedamos con $g_3(x)$ que es el que tiene menos unos ⇒ es el que tiene el codificador más sencillo (menor número de flechas)

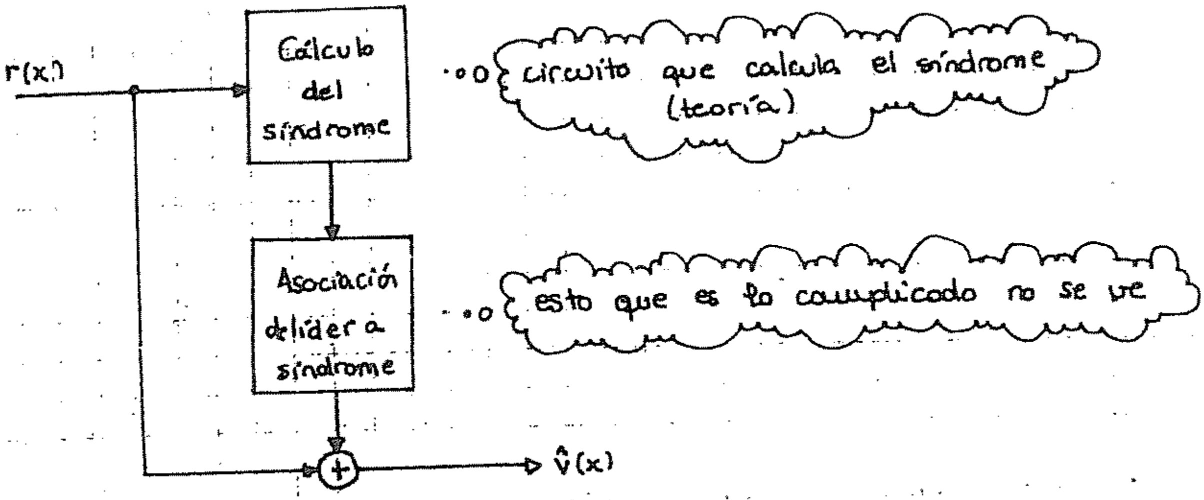
) Diseñe el codificador sistemático más adecuado

$$\left.\begin{array}{l} \cdot\ g(x) \longrightarrow n-K \text{ etapas} \Rightarrow 9 \text{ etapas} \\ \cdot\ h(x) \longrightarrow K \text{ etapas} \Rightarrow 240 \text{ etapas} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

⇒ $g(x)$:

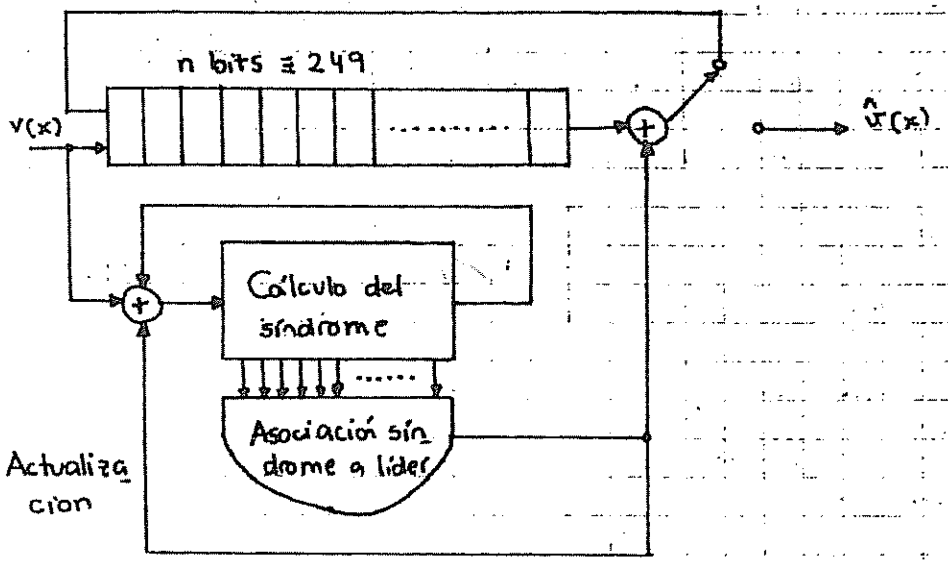


c) Diseñe el circuito receptor



- Este funciona en cualquier caso: códigos lineales, códigos cíclicos con cualquier t, ..., siempre
- **TEORÍA : DECODIFICADOR DE MEGGIT**
  - Siempre que $t=1$ también se puede utilizar el decodificador de

Meggit:



R = 2 Mbps

$p = 10^{-4}$

$T_{AS} = 1\,ms$

Analizar calidad coste

$$dmin = 4 \Rightarrow \begin{cases} s = dmin - 1 = 3 \\ t = \left\lfloor \frac{dmin - 1}{2} \right\rfloor = 1 \\ \text{cap. híbrida} \begin{cases} t = 1 \\ s = 2 \end{cases} \end{cases}$$

d) Sólo corrección: FEQ

- $\rho = \frac{K}{n} = \frac{240}{249}$
- Perror residual ≡ prob. de entregar datos erróneos al usuario ≡ prob. de tener un error de peso mayor o igual a dos ⇒ $P_{er} \leq \binom{n}{2} \cdot p^2 \cdot (1-p)^{n-2} =$

$$= \binom{249}{2} \cdot p^2 \cdot (1-p)^{247}$$

e) Sólo detección:

- ARQ Parada y Espera
- ARQ Rechazo Simple
- ARQ Rechazo Selectivo

} los datos sirven para las tres estrategias ⇒

$$\Rightarrow \begin{cases} T_{AS} = 1\,ms \\ P_{eb} = 1 - (1-p)^{249} \end{cases} \Rightarrow P_{es} \leq \binom{249}{4} \cdot p^4 \cdot (1-p)^{245}$$

a partir de 4 me como los errores

i) Mixtos (capacidad híbrida)

- ARQ Parada y Espera
- ARQ Rechazo Simple
- ARQ Rechazo Selectivo

} los datos sirven para las tres estrategias ⇒

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} T_{AS} = 1ms \\ P_{eb} = \binom{249}{2} \cdot p^2 \cdot (1-p)^{247} \end{array} \right\} \Rightarrow P_{res} \leq \binom{249}{3} \cdot p^3 \cdot (1-p)^{246}$$

solamente con errores de peso 2

oblema 2 Septiembre 2005 : $\boxed{E-I-42}$

K = 84 bits

$p = 10^{-3}$

T_{AS} = 1ms

R = 10 Kbps

P (mensaje se entregue corrupto), Cef si:

a) Se envían los mensajes directamente sin código

- $P_{error} = 1 - P_{no\ error} = 1 - (1-p)^{84}$
- ρ = 100% ⇒ sólo se está mandando información

b) FEC, se envía cada bit del mensaje por triplicado y el decodificador decide el bit resultante por mayoría entre los tres bits recibidos.

- $P_{error} = \underbrace{\binom{3}{2} \cdot p^2 (1-p)}_{\text{2 bits mal}} + \underbrace{p^3}_{\text{los 3 bits mal}} \leq \binom{3}{2} \cdot p^2 \cdot (1-p)$

p^3 va a ser despreciable

- $\rho = \frac{1}{3}$ = 33%

c) FEC, C(15,7); $g(x) = 1 + x^4 + x^6 + x^7 + x^8$ con dmín = 5

- dmín = 5 ⇒ t = 2
- nº de paquetes = $\frac{84}{7}$ = 12 paquetes ⇒ el mensaje está formado por

12 paquetes

- $P_{error} = 1 - P_{no\ error} = 1 - (1 - P_{NC})^{12}$
- $P_{NC} = 1 - \alpha_0 \cdot (1-p)^{15} - \alpha_1\, p\, (1-p)^{14} - \alpha_2\, p^2 (1-p)^{13} - \alpha_3 \cdot p^3 \cdot (1-p)^{12}$
- Cálculo de α_i:
  - $\sum_i \alpha_i = 2^{n-k} = 2^8 = 256$
  - $\alpha_0 = 1$
  - $\alpha_1 = \binom{15}{1} = 15$
  - $\alpha_2 = \binom{15}{2} = \frac{15!}{13!\ 2!} = \frac{15 \cdot 14}{2} = 105$
  - $\alpha_3 = 256 - 105 - 15 - 1 = 135$
- $\rho = \frac{k}{n} = \frac{7}{15} = 46'67\%$

d) ARQ Parada y Espera, detección con C(7,4) Hamming y cíclico.

- Hamming $\Rightarrow d_{min} = 3 \Rightarrow t = 1,\ s = 2$
- nº paquetes $= \frac{84}{4} = 21$
- $P_{error} = 1 - (1 - P_{ND})^{21}$
- $P_{ND} \leq \binom{7}{3} p^3 (1-p)^4 \rightarrow \{P_{ND} = P_{res}\}$
- $\rho = \left\{ \begin{array}{l} T_{AS} = 1ms \\ P_{eb} = 1 - (1-p)^7 \end{array} \right\} = \frac{(1-P_{eb}) \cdot k}{n + T_{AS} \cdot R} =$

e) ARQ Parada y espera híbrido, código anterior mejorado, $t = 1$, $s = 2$

- $d_{min} = 3 + 1 = 4 \Rightarrow$ el código ya no es el C(7,4) es el C'(7,3)
- $P_{error} = 1 - (1 - P_{res})^{28}$

  {nº paquetes $= \frac{84}{3} = 28$}
- $P_{res} = \binom{7}{3} \cdot p^3 \cdot (1-p)^4$
- $\rho = \left\{ \begin{array}{l} T_{AS} \\ P_{eb} = \binom{7}{2} \cdot p^2 \cdot (1-p)^5 \end{array} \right\} \Rightarrow \rho =$

ARQ Parada y Espera modificada, código c), la primera tx sólo para detección, en retx sólo para corrección. Sólo ¿Cef?

- C(15, 7)
- dmín = 5

nº de retx	Toc	Pretx
0	$\frac{K+m}{R} + T_{AS}$	P_{eb}
1	$\frac{2(K+m)}{R} + T_{AS}$	$1 - P_{eb}$

- $E(T_{oc}) = \left(\frac{K+m}{R} + T_{AS}\right) \cdot P_{eb} + 2\left(\frac{K+m}{R} + T_{AS}\right)(1-P_{eb})$
- $C_{ef} = \frac{K}{E(T_{oc})} = \frac{K \cdot R}{(K+m+T_{AS}\cdot R)P_{eb} + (2(K+m) + T_{AS}\cdot R)(1-P_{eb})}$
- $\rho = \frac{C_{ef}}{R}$

blema 2. Enero 2005 $\boxed{E-I-43}$

$K = 1000$

$x^7 + x^3 + 1$

$x^8 + x^4 + x^3 + x^2 + 1$

$x^8 + x^6 + x^5 + x^3 + 1$

$x^8 + x^7 + x^6 + x^5 + x^2 + x + 1$

$x^9 + x^6 + x^4 + x^3 + 1$

$x^{10} + x^3 + 1$	dmín = 3	n − K = 10
$x^{11} + x^2 + 1$		n − K = 11
$x^{14} + x^{10} + x^6 + x + 1$		n − K = 14
$x^{15} + x + 1$		n − K = 15

a) Mejor código con dmín = 3

- $n = 2^r - 1 > 1000 \Rightarrow r > 10$
- $r = 10 \Rightarrow g(x) = x^{10} + x^3 + 1 \Rightarrow C(1023, 1013) \xrightarrow{\text{recortada}} C_r(1010, 1000)$

al estar recortado no es perfecto

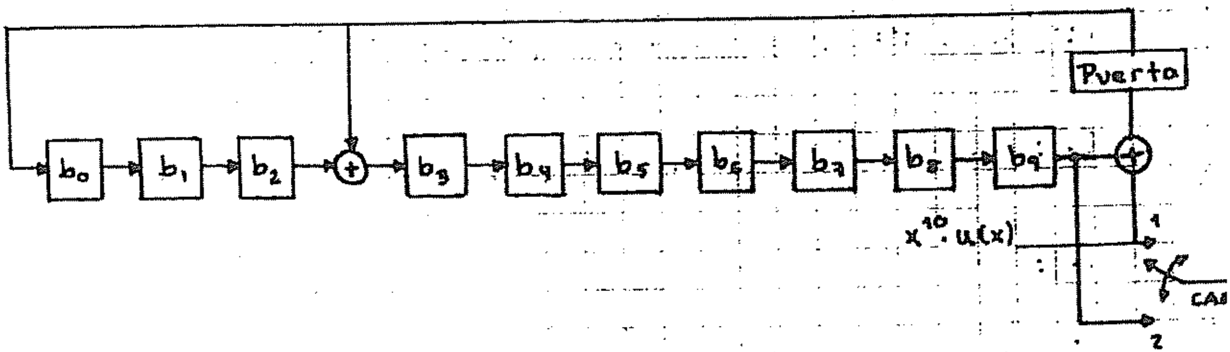
NOTE BOOK

b) Diseñe el codificador sistemático más adecuado

- $g(x) \longrightarrow n-K$ etapas ⇒ 10 etapas
- $h(x) \longrightarrow K$ etapas ⇒ 1000 etapas

$\Big] \Rightarrow$

⇒ $g(x)$:



c) Diseñe el circuito receptor corrector de errores.

- Como $d_{mín} = 3 \Rightarrow t = 1 \Rightarrow$ Decodificador de Meggit

Usar el código anterior sobre diversos canales:

- dispositivo óptico de 100 Gbps, $p = 10^{-9}$, $t_p = 1ms$ ① ARQ Rechazo Simple porque
- red de radio de 10Kbps, $p = 10^{-4}$, $T_{AS} = 1ms$ ② ARQ Rechazo Selectivo
- comunicación interplanetaria de 10Kbps, $p = 10^{-4}$ y $t_p = 1h$ ③ FEC
- canal sujeto a interferencias de 1Mbps, $T_{AS} = 10^{-4}s$, $p = 10^{-9} \sim 10^{-1}$ ④ ARQ parada y es

candidato per

d) Para cada uno elija la técnica más adecuada (complejidad y eficiencia

¿ Cef, Pres ?

la eficiencia se desglosa en

Técnica	Complejidad	Rendimiento	Presidual	Utilidad
FEC	menos compl. 0	3 más rend.	Peor	Canales sin retorno
ARQ P y E	1	1 menos rend.	Mejor tienen la misma Pres	si Tas <<
ARQ R.Simple	2	~ 2 si Tas << Peb <<		si Tas << y Pres << son casi iguales
ARQ R.Selectivo	más compl. 3	2		

- Cuando no se puede retransmitir, cuando no hay canal de retorno o el canal de retorno no puede usarse hay que usar FEC, como por ejemplo en TV digital por satélite.

④ y ②:

$$\bullet\ C_{ef} = \boxed{\begin{array}{l} T_{AS} = 2t_p + T_{TRACK} = 2ms \\ T_{AS} = 1ms \\ \hline P_{eb} = 1-(1-p)^{1010} \end{array}} =$$

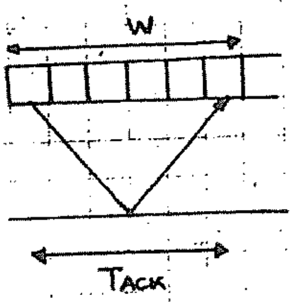
- ①, ② y ④: $P_{res} \leq \binom{1010}{3} \cdot p^3 \cdot (1-p)^{1007}$

- ④: $\boxed{\begin{array}{l|l} T_{AS} = 10^{-4}\ s & p \text{ variable} \end{array}}$

- ③:
  - $C_{ef} = \frac{K}{n} \cdot R = \frac{1000}{1010} \cdot 10^4$
  - $P_{res} = \binom{1010}{2} \cdot p^2 \cdot (1-p)^{1008}$

) Ventana deslizante:

- <u>FEC</u>: no necesita numeración
- <u>ARQ Parada y Espera</u>: $C = 1$ bit $\Rightarrow k' = 999$
- <u>ARQ Rechazo simple</u>:



  - $T_{AS} = 2 \cdot 10^{-3} \Rightarrow$ nº tramos $= \frac{2 \cdot 10^{-3}}{1010 \text{ bits} \cdot 100 \cdot 10^9}$
  - $N = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{1010 / 100 \cdot 10^9} = 19801 9'8 \equiv 198020$ tramos
  - $W = 198021 \Rightarrow n_{bits} = 18$ bits ○○ $\log_2 198021$
  - $k' = 1000 - 18 = 982$

- <u>ARQ Rechazo Selectivo</u>:
  - Primero lo calculamos para Rechazo Simple:
    - $T_{AS} = 1ms \Rightarrow N = \frac{10^{-3}}{1010 / 10^4} = 9'9 \cdot 10^{-3} \Rightarrow W_{r simple} = 2$ bits
  - Ahora lo pasamos a rechazo selectivo:
    - $W_{r simple} \leq \frac{\text{nº máx. sec.} + 1}{2} \Rightarrow \text{máx núm. sec}\Big|_{r. selectivo} = 3 \Rightarrow W_{R selectivo} = 2 \text{bits} \Rightarrow$

$\Rightarrow k' = 1000 - 2 = 998$ bits

E - I - 37 :/ Fíjame en como multiplica por X+1 para aumentar la distancia.

$K = 112$

a) · Hamming :

· $n = 2^r - 1 > 112 \Rightarrow r = 7 \Rightarrow n = 2^7 - 1 = 128 - 1 = 127 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ miro generador de grado 7 primitivo : $p(x) = x^7 + x^3 + 1$ (dmín = 3)

· Para tener dmín = 4 :

· $g(x) = (1 + x)(x^7 + x^3 + 1)$

· $C(127, 119) \xrightarrow[\text{recortado}]{} C(120, 112)$ dmín = 4

· detección pura $s = 3$

· corrección pura $t = 1$

· capacidad híbrida $\left[\begin{array}{l} s = 2 \\ t = 1 \end{array}\right.$

· detecta errores de peso impar

! · no detecta ráfagas por estar recortado

b) · $g_2(x) = x^{14} + \ldots\ldots \Rightarrow$ es factor de $1 + x^{127} \Rightarrow$

$\Rightarrow C_2(127, 113) \xrightarrow[\text{recortado}]{} C_2(126, 112)$ dmín = 5

c) · Ya que el problema es tan pijo, no vamos a utilizar la aproxima

aunque podamos.

· $P_{R_{Tx1}} = \binom{120}{1} p(1-p)^{119} + \binom{120}{2} p^2 (1-p)^{118} + \binom{120}{3} p^3 (1-p)^{117}$

· Ahora calculamos la probabilidad residual : ¿cuándo te la tragas? cuando no lo detectas.

· $P_{res_1} \leq \binom{120}{4} p^4 \cdot (1-p)^{116}$

d) · $P_{RTx2} = \binom{120}{2} p^2 (1-p)^{118}$

· $P_{res_2} \leq \binom{120}{3} p^3 (1-p)^{117}$

e) · $P_{res_3} \leq \binom{126}{3} p^3 (1-p)^{123}$

$$P_{res} = \underbrace{\binom{120}{4} p^4 (1-p)^{116}}_{P_{res\,1}} \cdot \underbrace{\left[1 - \underbrace{\binom{120}{1} p(1-p)^{119} + \binom{120}{2} p^2 (1-p)^{118} + \binom{120}{3} p^3 (1-p)^{117}}_{P_{RTx1}}\right]}_{1 - P_{RTx1} \Rightarrow \text{prob de que ocurra} \dots} +$$

$P_{RTx1}(1 - P_{RTx2})$

$$+ \underbrace{\binom{120}{3} p^3 (1-p)^{117}}_{P_{res\,2}} \underbrace{\left[\binom{120}{1} p(1-p)^{119} + \binom{120}{2} p^2 (1-p)^{118} + \binom{120}{3} p^3 (1-p)^{117}\right]}_{P_{RTx1}} \left[1 - \underbrace{\binom{120}{3} p^3 (1-p)^{117}}_{P_{RTx2}}\right]$$

$+ P_{res3} \cdot P_{RTx1} \cdot P_{RTx2} \dots$

i)

nº retransmisiones	Toc	Pretx
0	$x_1 + T_{AS}$	$1 - P_{RTx1}$
1	$2(x_1 + T_{AS})$	$P_{RTx1}(1 - P_{RTx2})$
2	$2x_1 + x_2 + 2T_{AS}$	$P_{RTx1} \cdot P_{RTx2}$

$C_{ef} = \dfrac{K}{E(T_{oc})}$ con $P_1 = P_{RTx1}$, $P_2 = P_{RTx2}$

$$E(T_{oc}) = (x_1 + T_{AS})(1 - P_1) + 2(x_1 + T_{AS}) \cdot P_1(1 - P_2) + (2x_1 + x_2 + 2T_{AS}) \cdot P_1 \cdot P_2$$

$$C_{ef} = \frac{K}{(x_1 + T_{AS})(1 - P_1) + 2(x_1 + T_{AS}) P_1 (1 - P_2) + (2x_1 + x_2 + 2T_{AS}) \cdot P_1 \cdot P_2}$$

~~E - I - 31~~ Difícil echarle una mirada

a) • C(168, 160)

$\quad \hookrightarrow d_{min} = 3 \Rightarrow n = 2^r - 1 = 255 \Rightarrow r = 8 \Rightarrow$

$\Rightarrow g(x) = p(x) = 1 + x^2 + x^3 + x^4 + x^8$

• $C_1(255, 247) \xrightarrow[\text{recortado}]{} C_1(168, 160)$

b) • $P_{RTx_1} = \binom{168}{1} \cdot p \cdot (1-p)^{167} + \binom{168}{2} p^2 \cdot (1-p)^{166} \simeq 0'01666$

• $P_{res} \leq \binom{168}{3} p^3 (1-p)^{165} = 7'6 \cdot 10^{-7}$

• $C_{ef} = (1 - P_{res}) \dfrac{K}{K + m + T_{RS} \cdot R} = 0'437 \cdot R$

hasta aquí se supone que tendríamos que ser capaces de llegar

c) • $d_{min} = 3$

• $\bar{v} = (\bar{p}\ \bar{u}) \quad C_1$

• $\bar{w} = (\bar{p}\ \bar{u}\ \bar{u}) \quad C_2$

• Podemos tener:

- tres unos en $\bar{u}$ ⟶ $d_{min\,C_2} = 6$
- dos unos en $\bar{u}$ y 1 en $\bar{p}$ ⟶ $d_{min\,C_2} = 5$
- un uno en $\bar{u}$ y dos en $\bar{p}$ ⟶ $d_{min\,C_2} = 4$
- tres unos en $\bar{p}$ ⟶ $d_{min\,C_2} = 3$ ⇒ este caso no existe porque las sumas lineales de ceros tienen que ser ceros

• La distancia sí aumenta al menos en 1

d) Patrones de error simples y dobles que puede corregir este código

• Errores simples ⇒ todos

• Errores dobles:

• $\bar{r} = (\bar{q}\ \bar{u}_1\ \bar{u}_2) \begin{cases} \nearrow (\bar{q}\ \bar{u}_1) \\ \searrow (\bar{q}\ \bar{u}_2) \end{cases}$

- Tenemos las siguientes posibilidades:
  - 2 errores en $\bar{q}$: corrige MAL
  - 2 errores en $\bar{u}_1$ o $\bar{u}_2$: corrige BIEN
  - 1 error en $\bar{u}_1$ y otro en $\bar{u}_2$: corrige BIEN
  - 1 error en $\bar{q}$ y otro en $\bar{u}_1$ o $\bar{u}_2$: detecta pero no corrige

) P(de que haya error y se detecte) y P(haya un error y se corrija mal) ?

- P(haya error y se detecte) = P(1 error en $\bar{q}$ y otro en $\bar{u}_1$ o $\bar{u}_2$) =

$$= \binom{8}{1} p(1-p)^{7} \cdot \binom{320}{1} p(1-p)^{319} \simeq 1'26 \cdot 10^{-5}$$

- P (haya un error y se corrija mal) = $\binom{8}{2} p^2 (1-p)^6 \cdot (1-p)^{320}$ $\simeq$ no se sabe

f)

nº ret_x	T_{oc}	P_{retx}
0	$x_1 + T_{AS}$	$(1-P_1)$
1	$x_1 + x_2 + 2T_{AS}$	$P_1(1-P_2)$
2	$x_1 + 2x_2 + 3T_{AS}$	$P_1 P_2 (1-P_2)$
3	$x_1 + 3x_2 + 4T_{AS}$	$P_1 P_2^2 (1-P_2)$
⋮	⋮	⋮
i	$(x_1 + T_{AS}) + i(x_2 + T_{AS})$	$P_1 P_2^{i-1} (1-P_2)$

- $P_{retx_1} = P_1 = 0'01666$ (b))
- $P_{retx_2} = P_2 = 1'26 \cdot 10^{-5}$ (e))
- $E(T_{oc}) = (x_1 + T_{AS})(1-P_1) + \overbrace{\sum_{i=1}^{\infty} [(x_1+T_{AS}) + i(x_2+T_{AS})] P_1 P_2^{i-1}(1-P_2)}^{①}$

- $① = (x_1 + T_{AS}) P_1 (1-P_2) \cdot \underbrace{\sum_{i=1}^{\infty} P_2^{i-1}}_{\frac{1}{1-P_2}} + (x_2 + T_{AS}) P_1 (1-P_2) \underbrace{\sum_{i=1}^{\infty} i \cdot P_2^{i-1}}_{\frac{1}{(1-P_2)^2}}$

- $① = (x_1 + T_{AS}) P_1 + (x_2 + T_{AS}) P_1 \frac{1}{1-P_2}$

- $E(T_{oc}) = (x_1 + T_{AS})(1-P_1) + (x_1 + T_{AS}) P_1 + (x_2 + T_{AS}) \frac{P_1}{1-P_2}$

- $C_{ef} = \frac{K}{E(T_{oc})} = (1-P_2)\frac{K}{(x_1 + T_{AS})(1-P_2) + (x_2 + T_{AS})P_1}$

- $C_{ef} = (1-P_2)\frac{K}{(K+m+T_{AS}\cdot R)(1-P_2) + (2K+m+T_{AS}\cdot R)P_1} R$

E - I - 29:

$C(15, 7)$

$g(x) = 1 + x^4 + x^6 + x^7 + x^8$

$d_{mín} = 5$

a) P(detectar errores de peso 4), P(detectar errores de peso 5), P(detectar ráfagas de longitud 8)?

- $d_{mín} = 5 \Rightarrow s = 4 \Rightarrow$ P(detectar errores de peso 4) = 1
- $1 - 15p^5(1-p)^{10} \leqslant$ P(detectar errores de peso 5) $\leq 1 - \binom{n}{5}p^5(1-p)^{10}$

P(detectar ráfagas de longitud 8) = 1'00 $\boxed{8 = n - k}$

b) - La tabla Standard tiene

- 2^K columnas $\Rightarrow 2^7$
- 2^{n-K} filas $\Rightarrow 2^8$

- $\sum \alpha_i = 2^{n-K} = 2^8 = 256$

$\alpha_0 = 1$

$\alpha_1 = \binom{15}{1} = 15$

$\alpha_2 = \binom{15}{2} = 105$

$\alpha_3 = 256 - 1 - 15 - 105 = 135$

- El código no es perfecto y puede corregir 135 errores de peso 3
- Para que el código fuera perfecto: $\alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2 = \sum \alpha_i = 256$

c) (0 0 0 1 0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 0)

- $r(x) = x^3 + x^7 + x^8 + x^9$
- $s(x) = \text{resto}\left[\frac{r(x)}{g(x)}\right]$

- $x^9 + x^8 + x^7 + x^3 \quad \underline{| \; x^8 + x^7 + x^6 + x^4 + 1}$

  $\underline{x^9 + x^8 + x^7 + x^5 + x} \qquad x$

  $x^5 + x^3 + x$

- $s = (0\,1\,0\,1\,0\,1\,0\,0) \neq \bar{0} \Rightarrow \bar{r} \notin C$

- Hay otro método que sí se puede utilizar es muy rápido:
  - sabemos que $d_{mín} = 5$ y como el vector $\bar{r}$ sólo tiene 4 unos $\Rightarrow$

    $\Rightarrow \bar{r}$ no pertenece al código

-

nº de ret_x	T_{oc}	P_{ret_x}
0	$\frac{K+m}{R} + T_{AS}$	$1 - P_{eb}$
1	$2 \cdot \frac{(K+m)}{R} + T_{AS}$	P_{eb}

- $P_{eb} = \binom{15}{1} p(1-p)^{14} + \binom{15}{2} p^2(1-p)^{13} + \binom{15}{3} p^3 (1-p)^{12} + \binom{15}{4} p^4 (1-p)^{11}$

d) - $E(T_{oc}) = \left(\frac{K+m}{R} + T_{AS}\right)(1-P_{eb}) + \left(2 \cdot \frac{(K+m)}{R} + T_{AS}\right) \cdot P_{eb}$

e) - $C_{ef} = \frac{K}{(K+m+T_{AS} \cdot R)(1-P_{eb}) + (2(K+m) + T_{AS} \cdot R) \cdot P_{ab}} \cdot R$

  - $C_{ef} = \frac{K}{(K+m)(1+P_{eb}) + T_{AS} \cdot R} \cdot R$

d) - Se confundió, nos pedían el número medio de transmisiones:

  $\bar{N} = 1 (1 - P_{eb} + 2 P_{eb})$

  $\bar{N} = 1 + P_{eb}$

f) - $P_{res} \leq \left[\binom{15}{5} p^5 (1-p)^{10}\right] \cdot (1-P_{eb}) + \left[\binom{15}{3} p^3 (1-p)^{12}\right] P_{eb}$

- I - 21 : X - Fijarme en como calcula g(X)

$C(7,3)$

$t = 1 \Rightarrow d_{mín} = 3$ ó $d_{mín} = 4$

$v(x) = 1 + x + x^2 + x^5 \Rightarrow \bar{v} = (1\,1\,1\,0\,0\,1\,0)$ (es palabra código)

a) $\bar{r} = (1\,0\,0\,1\,1\,1\,1)$

- Para obtener una palabra código de grado 4, roto $v(x)$:

- $\bar{v}^{(2)} = (1011100) \equiv 1 + x^2 + x^3 + x^4 = g(x)$ polinomio generador, de grado mínimo

- $s(x) = \text{resto}\left[\dfrac{r(x)}{g(x)}\right]$

- $$\begin{array}{l|l} x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + 1 & x^4 + x^3 + x^2 + 1 \\ \cline{2-2} \underline{x^6 + x^5 + x^4 + x^2} & x^2 \\ x^3 + x^2 + 1 & \end{array}$$

- $s(x) = 1 + x^2 + x^3 \Rightarrow \bar{s} = (1011) \neq \bar{0} \Rightarrow \bar{r} \notin C$

- Necesitamos las ecuaciones implícitas del síndrome para lo que necesitamos H^T, para lo que nos calculamos G.

- $$G = \begin{bmatrix} g(x) \\ x\,g(x) \\ x^2 g(x) \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{array}\right]$$ $\Rightarrow$ no es sistemática, hay que $\Rightarrow$ sistematizarla.

$$\Rightarrow G = \begin{bmatrix} \underbrace{\begin{matrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{matrix}}_{P} & \underbrace{\begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}}_{I_k} \end{bmatrix}$$

$F_1 + F_2 \rightarrow F_2$

$F_2 + F_3 \rightarrow F_3$

- $$H = \left[I_{n-k} \mid P^T \right] = \left[\begin{array}{cccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

- $$\bar{s} = (s_0\, s_1\, s_2\, s_3) = (e_0\, e_1\, e_2\, e_3\, e_4\, e_5\, e_6) \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} s_0 = e_4 + e_5 = 1 \\ s_1 = e_2 + e_5 + e_6 = 0 \\ s_2 = e_1 + e_4 + e_5 + e_6 = 1 \\ s_3 = e_0 + e_3 + e_4 + e_6 = 1 \end{array} \right\}$$ líder : $\bar{e} = (0000100)$

- $\hat{v} = \bar{r} + \bar{e} = (1001011) = 1 + x^3 + x^5 + x^6$

$$\begin{array}{l|l} x^6 + x^5 + x^3 + 1 & x^4 + x^3 + x^2 + 1 \\ \hline \underline{x^6 + x^5 + x^4 + x^2} & x^2 + 1 \\ x^4 + x^3 + x^2 + 1 & \\ \underline{x^4 + x^3 + x^2 + 1} & \\ 0 & \end{array}$$

- $\bar{s} = \bar{0} \Rightarrow \hat{v} \in C$
- $H = [I_{n-k} \mid P^T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \underset{\odot}{\Rightarrow} d_{mín} = 4$

  - no tiene una columna de ceros
  - no tiene dos columnas iguales
  - a ojo ☺

1) - $P_{ND} = \sum_{i=1}^{n} A_i \cdot p^i (1-p)^{n-i}$

  - $A_0 = 1$
  - $A_4 = 7$

- $P_{ND} = 7 \cdot p^4 (1-p)^3$

- I - 18:

$C(7;3)$

$g(x) = 1 + x + x^2 + x^4 \Rightarrow \bar{g} = (1110100)$

a)
- $G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow[F_3 = F_3 + F_1]{\text{sistematizando}} G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$\begin{array}{l} 1110100 \\ \underline{0011101} \\ 1101001 \end{array}$$

- $H = [I_{n-k} \mid P^T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow d_{mín} = 4$

b) - $s = 3$
  - $t = 1$
  - $\begin{cases} s = 2 \\ t = 1 \end{cases}$

- Ráfagas

- $x^4 + x^2 + x + 1$ $\quad\big|\underline{\,x + 1\,}$ $\quad x^3 + x^2 + 1$

$\underline{x^4 + x^3}$

$x^3 + x^2 + x + 1$

$\underline{x^3 + x^2}$

$x + 1$

$\underline{x + 1}$

$0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ detecta errores de peso impar

$g(x) = (1+x)(1+x^2+x^3)$

c) • generador del dual : $h'(x)$

- $h(x) = \dfrac{x^7+1}{g(x)}$

- $x^7 + 1$ $\quad\big|\underline{\,x^4 + x^2 + x + 1\,}$ $\quad x^3 + x + 1$

$\underline{x^7 + x^5 + x^4 + x^3}$

$x^5 + x^4 + x^3 + 1$

$\underline{x^5 + x^3 + x^2 + x}$

$x^4 + x^2 + x + 1$

$\underline{x^4 + x^2 + x + 1}$

0

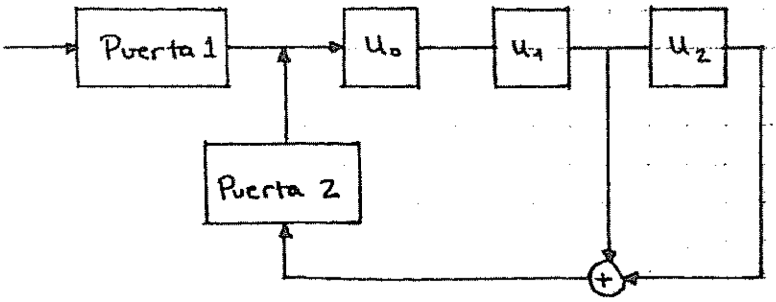
- $h(x) = x^3 + x + 1 \Rightarrow h'(x) = x^3\, h(x^{-1}) = x^3(x^{-3} + x^{-1} + 1) = 1 + x^2 + x^3$

- $h'(x) = 1 + x^2 + x^3$

- dmín dual $\Rightarrow H_d = G \Rightarrow$ dmín $= 3$

d) • **Codificador:** ∘∘ $g(x) \rightarrow n-K$ etapas $= 4$
$h(x) \rightarrow K$ etapas $= 3 \leftarrow$

- $h(x)$



- **Decodificador**: como $t=1 \Rightarrow$ haríamos Meggit

- 33:

labras que pertenecen al código:

0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 0 1 0 0 0)

0 1 0 1 0 0 0 1 1 1 0 1 0 0 0)

no podemos sacar el generador de estas palabras directamente

15, 10)

- Como es un código lineal, la suma de dos palabras código pertenece al código:
  - $\bar{v}_1 + \bar{v}_2 = (0\,1\,0\,1\,0\,1\,1\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0)$

    $\Big\downarrow$ rotando
  - $\bar{g} = (1\,0\,1\,0\,1\,1\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0) \Rightarrow g(x) = x^5 + x^4 + x^2 + 1$

) - La tabla estándar tiene
  - 2^k columnas $\Rightarrow 2^{10} = 1024$
  - 2^{n-k} filas $\Rightarrow 2^5 = 32$
- $\sum_i \alpha_i = 2^{n-k} = 32$
  - $\alpha_0 = 1$
  - $\alpha_1 = \binom{15}{1} = 15$
  - $\alpha_2 = \binom{15}{2} = \cancel{105} = 16 \Rightarrow$ no es perfecto

c) - Como α_2 no tiene todos los líderes de cogrupo, seguro que $t \neq 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow t = 1 \Rightarrow d_{mín} = 3$ ó $d_{mín} = 4$

- $x^5 + x^4 + x^2 + 1 \quad \underline{|\,x + 1}$

$\qquad\qquad\qquad\qquad\quad x^4 + x + 1 \Rightarrow$ polinomio primitivo $\Downarrow$ Hamming expandido

$\underline{x^5 + x^4}$

$x^2 + 1$

$\underline{x^2 + x}$

$x + 1$

$\underline{x + 1}$

0

NOTE BOOK

- Capacidades :
  - $s = 3$
  - $t = 1$
  - $\left[\begin{array}{l} s = 2 \\ t = 1 \end{array}\right.$
  - ráfagas
  - errores de peso impar

d) · P(detectar errores de peso 5) $\le 1 = \binom{15}{5}\cdot p^5(1-p)^{10}$

- $1 - 15\cdot\binom{15}{4}\cdot p^4(1-p)^{11} \le$ P(detección errores peso 4) $\le 1 - \binom{15}{4}p^4(1-p)^{11}$

- P(ráfagas de longitud 6) $= 1 - \frac{1}{24}$

e) · ARQ con rechazo selectivo híbrido es con $\left[\begin{array}{l} s = 2 \\ t = 1 \end{array}\right.$

$$\left.\begin{array}{l} \cdot\ P_{eb} = \binom{15}{2}\cdot p^2(1-p)^{13} \\ \cdot\ \text{TAS DATO} \\ \cdot\ p\ \text{DATO} \\ \cdot\ R\ \text{DATO} \end{array}\right\} \Rightarrow C_{ef} =$$

- $P_{res} \le \binom{15}{3}p^3(1-p)^{12}$

TESTS

II-1 Pregunta 1.

Se disponen de dos canales analógicos sin memoria con ruido aditivo gausiano denominados A y B. El canal A dispone del doble de ancho de banda que el canal B. El canal B dispone de una relación señal ruido doble que la del canal A. De ambos, usted decidiría utilizar:

1. Es indiferente utilizar uno que otro.
2. El canal B, debido a que tiene una capacidad superior al A.
3. El canal A, debido a que tiene una capacidad superior al B.
4. No es posible determinar si es mejor el A o el B, dado que depende de otros factores no especificados en la pregunta.

Pregunta 2.

Se examina un fichero binario y se comprueba que contiene tantos símbolos "uno" como símbolos "cero". Determine si es posible comprimirlo a distorsión cero (es decir, sin pérdida de información).

1. No puede ser comprimido, dado que la probabilidad de ceros y unos es un medio, y por tanto la entropía de cada símbolo es un bit.
2. Siempre es posible comprimirlo algo utilizando algoritmos óptimos, pero no se puede determinar la eficacia de comprensión.
3. Si es posible comprimirlo aproximadamente a la mitad, utilizando la extensión n-aria del código óptimo de Hufmann, donde n es la longitud del fichero.
4. No es posible determinar si podrá ser comprimido o no, dado que depende de otros factores no especificados en la pregunta.

Pregunta 3.

Se dispone de una fuente binaria simétrica y tres canales binarios simétricos independientes cuyas variables aleatorias de salida denominaremos A, B, y C. Se decide utilizarlos enviando cada bit par por el canal A, cada bit impar por el B, y el or-exclusivo de ambos bits por el canal C. Por lo tanto...

1. Se cumple que $H(A) + H(B) < = I(A;B)$ y también que $I(A;B) = I(B;C)$
2. Se cumple que $H(A/C) = H(A/B)$ y también que $I(A;B) = 0$
3. Se cumple que $H(A) + H(B) = H(A,B)$ y también que $I(A;B) = I(B;C)$
4. Se cumple que $H(A,B) = H(A) + H(B/A)$ y también que $H(C) < = H(A)$

Pregunta 4.

Sean tres fuentes independientes discretas sin memoria X, Y y Z con caudal 3, 5 y 7 símbolos por segundo, alfabetos de 2, 4 y 8 símbolos y distribuciones uniformes. Los varios canales sin memoria, se pide determinar:

1. Es posible transmitir la información de las tres fuentes sobre un canal con probabilidad de error cero y un alfabeto de catorce símbolos (codificando cada símbolo de una de las fuentes a un símbolo de canal).
2. Es posible trasmitir la información de las tres fuentes sobre un canal binario simétrico con caudal 100 símbolos por segundo.
3. No es posible determinar si es posible transmitir la información de las tres fuentes sobre un canal binario si no nos proporcionan la matriz estocástica Q del canal.
4. Es posible transmitir la información de las tres fuentes sobre un canal binario simétrico con caudal 35 símbolos por segundo y probabilidad de error despreciable.

(continúa)

II-1 Continuación:

Pregunta 5.

Se dispone de un sistema en el que una imagen se digitaliza a un millón de bits y posteriormente se comprime con un algoritmo dado que siempre produce 100.000 bits a la salida. La matriz de distorsión se define asignando a cada posición la cantidad de bits que son distintos entre la imagen digital original y la imagen después de descomprimida.

1. La distorsión observada al descomprimir será tanto menor cuanto más aleatoria sea la imagen.
2. La distorsión observada al descomprimir será aproximadamente constante independientemente de la complejidad de la imagen.
3. Si la imagen es totalmente aleatoria, siempre será posible encontrar un algoritmo de compresión/descompresión que garantice una distorsión media igual a 450.000
4. No puede aplicarse el concepto de distorsión debido a que una imagen digitalizada no se ajusta a las hipótesis de los modelos que hemos estudiado.

Pregunta 6.

Indique cual de las expresiones siguientes es verdadera:

1. Existen códigos cíclicos no lineales.
2. El polinomio generador de un código cíclico es siempre la palabra de peso mínimo.
3. Todo código cíclico recortado es cíclico.
4. La concatenación de dos códigos lineales es lineal.

Pregunta 7.

Dado un código cíclico generado por x^4+x+1, indicar de los siguientes polinomios cuál es palabra código.

1. x^4+x^2+1
2. $x^6+x^3+x^2+1$
3. x^3+x^2+x+1
4: $x^5+x^4+x^2+1$

Pregunta 8.

Un código que resulte de añadir un bit de paridad impar, es decir, uno igual al complementario de la suma de los k bits de información:

1. Corrige errores de peso 1.
2. Es un código cíclico.
3. Es un código lineal.
4. Es un código bloque

Pregunta 9.

Si un código se usa para corregir errores:

1. Se trata siempre de un código perfecto,
2. Se corrigen mal algunas palabras código que se detectarían si usáramos el código para detectar.
3. Se corrigen bien $2^{(n-1)}$-1 vectores de error.
4. El circuito corrector de errores no necesita un circuito detector.

Pregunta 10.

En un esquema de ARQ con envío continuo y rechazo selectivo con uso de ventana deslizante:

1. El transmisor no retransmite tramas que llegaron correctas al receptor si los ACK no se pierden.
2. El receptor acepta y asiente cualquier trama sin errores que le llega siempre que tenga capacidad para almacenarla.
3. Es más sencillo de implementar que el rechazo simple.
4. Puede que proporcione un caudal eficaz peor que el rechazo simple.

Febrero-97

II-2 **Pregunta 1.**

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

1. La entropía de una variable con alternativas equiprobables ha de ser monótona creciente con r.
2. La entropía conjunta es mayor o igual que la suma de las entropías.
3. La entrópía conjunta de dos variables aleatorias dependientes es la suma de entropías.
4. La entropía de un dado es igual que la de una moneda.

Pregunta 2.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta en base al teorema de codificación de canal?.

1. Se puede comunicar de forma fiable a cadencias superiores a la capacidad del canal.
2. La capacidad de un canal es igual al valor máximo de la entropía conjunta.
3. No se puede comunicar fiablemente a cadencias por encima de la capacidad del canal.
4. La cadencia de un sistema de comunicación depende del coste pero es independiente de la probabilidad de error de bit.

Pregunta 3.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones se encuentra dentro de las propiedades que verifica la función cadencia-distorsión base del teorema de codificación de fuentes?

1. La compresión de un símbolo fuente disminuye a medida que la distorsión aumenta.
2. Se necesitan al menos R(d) símbolos para representar un símbolo fuente, si la distorsión media no puede superar a d.
3. El número de bits necesario para representar un símbolo fuente es independiente de la distorsión.
4. R(d) representa el número máximo de bits necesarios para representar un símbolo de la fuente, si estamos dispuestos a tolerar una distorsión media d.

Pregunta 4.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdad?

1. Dado un conjunto de longitudes siempre existe un código unívocamente decodificable pero no podemos asegurar que sea prefijo.
2. Los códigos óptimos son prefijos y de longitud fija.
3. Todo código unívocamente decodificable es prefijo.
4. Todo código de longitud fija (con palabras código diferentes) es unívocamente decodificable.

Pregunta 5.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdad?

1. Si un código s-ario es unívocamente decodificable su longitud media es inferior a la entropía s-aria de la fuente.
2. El algoritmo de Huffman genera un código prefijo s-ario, pero puede haber otros códigos s-arios con longitud media menor.
3. Una fuente puede ser representada fielmente utilizando Hs(p) símbolos s-arios por símbolo fuente.
4. Para conseguir una comunicación eficiente no es necesario adaptar los códigos a las fuentes.

(continúa)

II-2 Continuación:

Pregunta 6.

En una técnica ARQ de envío continuo con rechazo selectivo:

1. Mejora en muchos casos la cadencia eficaz de un método FEC que utilice el mismo código y dimensiones.
2. Es mejor que los métodos de rechazo simple solo para probabilidades de bloque pequeñas.
3. No debemos incluir capacidad de memoria en el receptor.
4. La cadencia eficaz no depende del tiempo de propagación del canal.

Pregunta 7.

El síndrome de un vector recibido.

1. Permite detectar solo una parte de los errores del canal.
2. Permite siempre corregir errores del canal.
3. Es posible calcularlo a partir sólo del vector recibido.
4. Permite detectar todos los errores del canal.

Pregunta 8.

Un código lineal con una distancia mínima de 5.

1. No es válido para usarlo en técnicas FEC.
2. Se puede utilizar en una técnica híbrida tipo L.
3. Corrige tres o menos errores en la transmisión de una palabra.
4. Detecta errores de peso tres y simultáneamente corrige errores de peso dos.

Pregunta 9.

En los códigos cíclicos.

1. El grado del polinomio de grado mínimo es la longitud de las palabras código.
2. El polinomio de grado mínimo siempre tiene como factor a un polinomio primitivo.
3. Detecta siempre los errores de peso igual o menor que el grado del polinomio de grado mínimo.
4. El polinomio de grado mínimo siempre incluye el factor 1.

Pregunta 10.

Si recortamos un código cíclico, tenemos otro código que:

1. Mejora las capacidades de detección del código original.
2. Es un código cíclico.
3. Las palabras códigos tienen el mismo peso que si no estuvieran recortadas .
4. Para que sea válido, el código original debe tener como factor a un polinomio primitivo.

Junio-97

II-3 Pregunta 1.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones no se encuentra dentro de las propiedades que cumple la función entropía?.

1. H(X) es la información suministrada por el suceso X = x.
2. La entropía de un dado fiel es mayor que la de una moneda.
3. H(X) mide la aleatoriedad de X.
4. H(X,Y) es menor que la suma de entropías si ambas variables aleatorias son dependientes.

Pregunta 2.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones no se encuentra dentro de las propiedades que cumple la información mútua?

1. I(X;Y) es una medida de la dependencia estadística entre dos variables.
2. I(X;Y) es siempre positivo.
3. I(X;Y) es igual a cero cuando son variables aleatorias dependientes.
4. I(X;Y) es cóncava (U) respecto de las probabilidades de transición p(y/x).

Pregunta 3.

¿ Cuál de las siguientes afirmaciones no se encuentra dentro de las conclusiones que se derivan del teorema de codificación de canal para canales discretos sin memoria?.

1. La capacidad de un canal es dependiente de la probabilidad de error del mismo.
2. Se puede comunicar fiablemente a cadencias por encima de la capacidad del canal.
3. La capacidad de un canal es equivalente al valor máximo de la información mutua entre las V.A. de entrada y salida al canal.
4. Se puede comunicar de forma extremadamente fiable a cadencias iguales a la capacidad del canal.

Pregunta 4

¿Cuál de las siguientes afirmaciones no se encuentra dentro de las propiedades que verifica la función cadencia-distorsión R(d), base del teorema de codificación de fuentes? (suponga logaritmos base 2).

1. Un símbolo fuente puede comprimirse en R(d) bits y es posible comprimir más (con el límite de 0 bits) a medida que d aumenta.
2. R(d) se anula por encima de un valor d-max, suficientemente elevado.
3. R(d) es una función decreciente de "d", para d mayor o igual que d-min y constante para d mayor o igual que d-max.
4. R(d) representa el número máximo de bits para representar un símbolo de la fuente si estamos dispuestos a tolerar una distorsión media d.

Pregunta 5.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones no es verdad?

1. El algoritmo de Huffman permite construir códigos óptimos de longitud variable.
2. Los códigos prefijo son suficientes para construir un código (de fuente) óptimo.
3. El algoritmo de Huffman genera siempre un código prefijo cuya longitud media es igual a la entropía de la fuente.
4. El teorema de la expansión de códigos nos proporciona un procedimiento recurrente para construir códigos tan eficientes como se desee (dentro de los límites teóricos).

(continúa)

II-3 Continuación:

Pregunta 6.

Dada una probabilidad de error de bit distinta de cero y usando el código lineal adecuado, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?.

1.La probabilidad de no detección no tienen ni cota mínima ni máxima.
2.La probabilidad de no detección tiene un mínimo por debajo del cuál no se puede pasar.
3.La probabilidad de no detección se puede hacer cero.
4.La probabilidad de no detección se puede hacer todo lo pequeña que se quiera.

Pregunta 7.

En un código de redundancia cíclica, ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?.

1. El polinomio generador es el polinomio código de mínimo grado.
2. El grado del polinomio generador es la distancia mínima.
3. El polinomio generador es siempre el polinomio código de menor peso.
4. El polinomio generador no es polinomio código.

Pregunta 8.

Si la probabilidad de error de bloque es pequeña:

1. No se puede decir nada sobre el rendimiento.
2. El rendimiento de ARQ con rechazo simple está próximo a ARQ con rechazo selectivo.
3. El rendimiento de ARQ con rechazo simple está próximo a ARQ con parada y espera.
4. El rendimiento de ARQ con rechazo selectivo está próximo a ARQ con parada y espera.

Pregunta 9.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

1. Todo código lineal es sistemático.
2. Todo código lineal es bloque.
3. Todos los códigos son lineales.
4. Todo código cíclico es lineal y bloque.

Pregunta 10.

El síndrome de un vector recibido.

1. Permite detectar todos los errores del canal.
2. Permite siempre corregir errores del canal.
3. Permite detectar sólo una parte de los errores del canal.
4. Es siempre distinto de cero.

Septiembre-97

II-4 **Pregunta 1.**

Si en una fuente de información los símbolos son equiprobables no se puede comprimir dicha fuente.

1. Cierto.
2. Falso.

Pregunta 2

Sean tres fuentes independientes discretas sin memoria X, Y y Z con caudal 3,5 y 7 símbolos por segundo, alfabetos de 2, 4 y 8 símbolos y distribuciones uniformes. Los varios canales sin memoria, se pide determinar si el contenido de las tres fuentes siempre se puede transmitir la información sobre un Canal Binario Simétrico con caudal 100 símbolos por segundo.

1. Cierto.
2. Falso.

Pregunta 3.

La concatenación de dos códigos lineales es lineal.

1. Falso.

[✓ 2.] Cierto.

Pregunta 4.

Todo código cíclico recortado es cíclico.

1. Cierto.

[✓ 1] Falso .

Pregunta 5.

La Entropía conjunta de dos variables aleatorias dependientes es menor que la suma de Entropías.

1. Cierto.
2. Falso.

Pregunta 6.

Se dispone de una fuente binaria simétrica y tres canales binarios Simétricos independientes cuyas variables aleatorias de salida denominaremos A, B y C. Se decide utilizarlos enviando cada bit par por el canal A, cada bit impar por el B, y el or-exclusivo de ambos bits por el canal C. Por lo tanto se cumple que H(A) + H(B) = H(AB) y también que I(A;C) = I(B;C).

1. Cierto.
2. Falso.

Pregunta 7.

El polinomio generador de un código cíclico es siempre la palabra de peso mínimo.

1. Cierto. sería de grado mínimo

[✓ 2] Falso.

Pregunta 8.

Un código de paridad impar es un código no lineal.

[✓ 1] Cierto.

2. Falso.

Pregunta 9.

La función H(x) se calcula como el sumatorio de p(x).log p(x) sobre el conjunto de símbolos siendo la base del logaritmo igual al cardinal de dicho conjunto.

1. Cierto.
2. Falso.

Pregunta 10.

La entropía de un conjunto de símbolos infinito es infinita.

1. Cierto.
2. Falso.

(continúa)

II-4 Continuación:

Pregunta 11.
La Entropía de un conjunto de símbolos infinito es infinita.
Cierto.
Falso.

Pregunta 12.
La entropía relativa entre dos distribuciones p (.) y q(.) es una función simétrica.
1. Cierto.
2. Falso.

Pregunta 13.
La entropía de un símbolo es una función monótona creciente de su probabilidad.
1. Cierto.
2. Falso.

Pregunta 14.
Cuanto mayor sea la Entropía de dos variables, mayor será su información mutua.
1. Falso.
2. Cierto.

Pregunta 15.
Si X, Y y Z son tres variables markovianas la Entropía condicionada de la última dadas las anteriores solo depende de la penúltima.
1. Cierto.
2. Falso.

Pregunta 16.
La entropía de una variable analógica se mide en dits, y la de una variables discreta en bits.
1. Falso.
2. Cierto.

Pregunta 17.
La Entropía relativa entre dos distribuciones p(.) y q(.) exige la existencia de dos variables.
1. Falso.
2. Cierto.

Pregunta 18.
Si X, Y y Z son tres variables markovianas, no existe información mutua entre la primera y la última.
1. Cierto.
2. Falso.

Pregunta 19.
La Entropía relativa entre dos distribuciones p(.) y q(.) no cumple las condiciones matemáticas de una función de medida de distancia.
1. Cierto.
2. Falso.

Pregunta 20.
La Entropía relativa entre la distribución p(x1) de la primera variable de una cadena de Markov y la distribución p(xn) de la ultima variable tiende hacia cero con n.
1. Cierto.
2. Falso

(continúa)

II-4 Continuación:

Pregunta 21.
El conjunto de secuencias típicas coincide con el conjunto de secuencias mas probables.
1. Falso.
2. Cierto

Pregunta 22.
La Entropía relativa entre dos distribuciones p(.) y q(.) puede ser negativa.
1.. Falso
2.. Cierto

Pregunta 23.
Todas las secuencias suficientemente largas son secuencias típicas.
1. Cierto.
2. Falso.

Pregunta 24.
La capacidad del canal es un límite superior a la velocidad alcanzable sin errores, pero se puede transmitir a mas velocidad.
1. Falso
2..Cierto

Pregunta 25.
La probabilidad de que dos secuencias típicas coincidan se pueden aproximar cuanto sea necesario a la unidad haciendo n suficientemente largo.
1. Falso.
2. Cierto.

Pregunta 26.
La Entropía relativa entre la distribución p(xn-1) de la penúltima variable de una cadena de Markov y la distribución p(xn) de la ultima variable crece monótonamente con n.
1. Falso.
2. Cierto

Pregunta 27.
A medida que n crece el numero de secuencias típicas es superior al numero de secuencias no típicas.
1. Cierto.
2. Falso.

Pregunta 28.
Para todo conjunto de longitudes que cumple la inecuación de Kraft, existe un código fuente unívocamente decodificable pero no necesariamente prefijo.
1. Cierto.
2.Falso.

Pregunta 29.
La inecuación de Fano es una cota superior de la probabilidad de discrepancias entre dos variables.
1. Falso.
2. Cierto.

(continúa)

II-4 Continuación:

Pregunta 30.
Si tenemos un fichero con información de dos canales estéreo, y los deseamos comprimir, es mas eficiente separarlos en dos canales y comprimir por separado.
1. Cierto.
2. Falso.

Pregunta 31.
Un canal binario simétrico con memoria y probabilidad de error p, tiene mas capacidad, que otro sin memoria e idéntica tasa de errores.
1. Cierto.
2. Falso.

Pregunta 32.
Todo código fuente unívocamente decodificable se puede remplazar por otro código prefijo de igual longitud media.
1. Cierto.
2. Falso.

Pregunta 33.
La probabilidad de las distintas secuencias típicas converge en orden de magnitud, y su logaritmo es negativo y proporcional a la Entropía.
1. Cierto.
2. Falso.

Pregunta 34.
El algoritmo de Huffman genera siempre un código prefijo cuya longitud media es igual a la Entropía de la fuente
1.Cierto
2. Falso.

Pregunta 35.
Se puede construir un código fuente prefijo ternario con longitudes 1,2,2,2,2,3,3,y 3.
1.Falso.
2. Cierto.

Pregunta 36.
Todo código fuente de longitud fija es unívocamente decodificable.
1.Cierto .
2. Falso.

Pregunta 37.
El logaritmo del número de secuencias típicas crece proporcionalmente a la longitud de las mismas.
1. Cierto.
2. Falso.

Pregunta 38.
Si un código s-ario es unívocamente decodificable su longitud media puede ser inferior a la Entropía s-aria de la fuente.
1 Falso.
2 Cierto.

(continúa)

II-4 Continuación:

Pregunta 39.

La capacidad del canal coincide con la información mutua entre los símbolos de entrada y salida, cuando las entradas son equiprobables.

1. Cierto.
2. Falso.

Pregunta 40.

Si una variable es función biunivoca de otra , la información mutua entre ellas es nula.

1. Falso.
2. Cierto.

Pregunta 41.

En la agrupación canónica (tabla estándar), todos los vectores de un mismo cogrupo (una fila) son diferentes.

[✓ 1] Cierto.
2. Falso.

Pregunta 42.

Entre las palabras de un código fuente óptimo de longitud variable solo puede haber una de máxima longitud.

1. Cierto.
2. Falso.

Pregunta 43.

Se puede construir un código fuente prefijo binario con palabras longitudes 1, 2, 3, 3 y 4.

1.Cierto.
2. Falso.

Pregunta 44.

El algoritmo de Huffman genera un código prefijo s-ario, pero puede haber otros códigos s-arios con longitud media menor.

1. Falso.
2. Cierto

Pregunta 45.

En un código fuente óptimo de longitud variable solo las palabras mas frecuentes gozan de la longitud mas corta.

1. Falso.
2. Cierto.

Pregunta 46.

El conjunto de secuencias típicas es el conjunto de secuencias cuya distancia Hamming de la secuencia promedio se puede acotar todo los que se desee a medida que n crece.

1. Cierto
2. Falso.

Pregunta 47.

La longitud media de un código utilizado en la fuente B, pero diseñado para la fuente A, es superior a H(B) mas la distancia relativa entre fuentes.

1. Cierto.
2. Falso.

(continúa)

II-4 Continuación:

Pregunta 48.
Dos secuencias son mutuamente típicas si y solo si ambas lo son, y el cardinal del conjunto crece exponencialmente con n.H(x,y).
1. Falso.
2. Cierto.

Pregunta 49.
A igualdad de dimensiones n y k los códigos cíclicos tienen mejores prestaciones que los lineales.
1. Cierto.
[✓ 2] Falso

Pregunta 50.
La información mutua entre dos variables es no negativa.
1. Falso.
2. Cierto.

Pregunta 51.
El síndrome de la rotación cíclica de un vector recibido es la rotación cíclica del síndrome del vector original módulo g(x).
1 Falso.
[✓ 2] Cierto.

Pregunta 52.
El código fuente de la demostración del teorema de codificación de canal es un código formado solo por las secuencias típicas de máxima Entropía.
1. Falso.
2. Cierto.

Pregunta 53.
La regla de decisión del receptor del teorema de codificación de canal es la de decisión óptima o sea la de máxima verosimilitud.
1. Falso.
2. Cierto.

Pregunta 54.
Un mismo síndrome puede corresponder a varios vectores error y detectarlos, pero solo a uno para corregirlo.
[✓ 1] Cierto
2. Falso.

Pregunta 55.
El circuito que calcula el síndrome de un vector recibido en el caso no sistemático, se limita a calcular el resto del polinomio recibido módulo h(x). es módulo g(x) no h(x)
[✓ 1] Falso.
2. Cierto.

Pregunta 56.
El protocolo de parada y espera no necesita numeración para ser seguro.
1. Cierto.
[✓ 2] Falso.

(continúa)

II-4 Continuación:

Pregunta 57.

El teorema de codificación de canal demuestra la accesibilidad de probabilidades de error tan pequeñas como se deseen si la tasa de realización R esta por debajo de una cota determinada.

1. Cierto.
2. Falso.

Pregunta 58.

El margen entre la longitud media de un código de fuente, y la entropia de la fuente se puede acotar por extensión por debajo de 0,25 bits.

1. Cierto
2. Falso.

Pregunta 59.

La existencia de un código lineal (n,k) demuestra la existencia de otro (n,n-k).

[✓ 1. Cierto.]
2. Falso.

Pregunta 60.

En la agrupación canónica (tabla estándar), todos los vectores de un mismo cogrupo (una fila) tienen el mismo síndrome.

[✓ 1. Cierto.]
2. Falso.

Pregunta 61.

El logaritmo de la probabilidad de que dos secuencias típicas lo sean mutuamente es negativo y proporcional a I(x,y).

1. Falso.
2. Cierto.

Pregunta 62.

El teorema de codificación de canal es la demostración de que si la probabilidad de error es nula, la tasa de señalización R ha de ser inferior a la capacidad.

1. Falso.
2. Cierto.

Pregunta 63.

En la agrupación canónica (tabla estándar), todos los vectores de un mismo cogrupo (una fila) representan todos los vectores error que pueden producir que la palabra recibida sea el líder del cogrupo.

[✓ 1. Falso.]
2. Cierto.

Pregunta 64.

En una técnica ARQ de envío continuo con rechazo selectivo la cadencia eficaz no depende del tiempo de propagación del canal, salvo que se agote la ventana.

[✓ 1. Cierto.]
2. Falso.

Pregunta 65.

En la agrupación canónica (tabla estándar), todos los vectores de un mismo cogrupo (una fila) tienen la misma probabilidad de error. + el líder

1. Cierto.
[✓ 2. Falso.]

(continúa)

II-4 Continuación:

Pregunta 66.

Un código lineal con una distancia mínima de 5, permite detectar errores triples y corregir simúltaneamente errores dobles.

[✓ 1. Falso.]
2. Cierto.

Pregunta 67.

Todo código cíclico utiliza un polinomio primitivo en su polinomio generador.

[✓ 1. Falso.]
2. Cierto.

Pregunta 68.

Si recortamos un código cíclico, tenemos otro código cuyas propiedades detectoras son siempre mejores respecto del original.

[✓ 1. Cierto.]
2. Falso.

Pregunta 69.

Si un polinomio primitivo es factor de $1+X^n$, su polinomio recíproco no puede ser factor de un binomio de grado menor que n.

$(1+x^n) = p(x)\, q(x)$

1. Falso.

$\downarrow$

[✓ 2. Cierto.] $x^k \cdot p(x^{-1})$ ⇒ recíproco de un primitivo es primitivo.

Pregunta 70.

Un código cíclico sistemático y uno que no lo es pueden tener las mismas palabras código.

1. Falso.
[✓ 2. Cierto.]

Pregunta 71.

Un código cíclico no sistemático no se puede recortar.

1. Cierto.
[✓ 2. Falso.]

Pregunta 72.

Un código lineal con una distancia mínima de 7, permite detectar todos los errores cuádruples y corregir simultáneamente los dobles.

1. Falso.
[✓ 2. Cierto.]

Pregunta 73.

La distancia de un código coincide con el rango de la matriz H y por tanto no puede ser mayor de n-k.

1. Cierto.
[✓ 2. Falso.] $d_{min} \leq n-k+1$

Pregunta 74.

En la agrupación canónica (Standard Array), los vectores error detectables son los líderes de fila.

1. Cierto.
[✓ 2. Falso.] los líderes son los corregibles.

Pregunta 75.

Todo código cíclico detecta siempre todos los errores de peso igual o menor que el grado del polinomio de grado mínimo.

1. Cierto.
[✓ 2. Falso.]

(continúa)

II-4 Continuación:

Pregunta 76.

Los códigos convolucionales no son códigos lineales.

1. Cierto.

[✓ 2.] Falso.

Pregunta 77.

Si la probabilidad de error de bloques es pequeña el rendimiento de ARQ con rechazo retroactivo/simple está próximo a ARQ con rechazo selectivo.

1. Falso.

[✓ 2.] Cierto.

Pregunta 78.

El teorema de Fano impone una cota mínima a la probabilidad de error si la tasa de señalización R supera a la capacidad

1. Falso.

2. Cierto.

Pregunta 79.

Los protocolos de envio continuo con rechazo selectivo o retroactivo (simple) con ventana de transmisión/recepción de tamaño 1 coinciden con el de parada y espera.

1. Falso.

[✓ 2.] Cierto.

Pregunta 80.

Todo código cíclico (n.k) es capaz de detectar ráfagas de n,k errores, incluso cuando esta recortado.

1. Cierto.

[✓ 2.] Falso.

Febrero-98

II-5 **Pregunta 1.**

La función H(x) se calcula como el sumatorio de p(x).log(1/p(x)) sobre el conjunto de símbolos.

1. Se mide en bits si la fuente es binaria y en dits si es discreta.
2. Siendo siempre la base del logaritmo igual al cardinal del conjunto.
3. Por tanto ningún símbolo puede tener una contribución negativa.
4. Por tanto siempre es monótona creciente con el número de símbolos alternativos.

Pregunta 2.

La función de entropía entre varias variables tales que X + Y = Z cumple la siguiente relación.

1. H(X)+H(Y) = H(Z)
2. H(X,Y,Z) = H(X)+H(Y)+H(X+Y)
3. H(X,Y,Z) = H(X)+H(Y)
4. H(Z,X/Y) = H(X/Y)

Pregunta 3.

La Entropía relativa D(p||q) entre dos distribuciones de probabilidad p(x) y q(x) de una misma variable aleatoria x.

1. Es una función simétrica.
2. Puede ser negativa.
3. Puede ser nula.
4. Es una medida de distancia euclídea entre las distribuciones.

Pregunta 4.

Dadas dos variables aleatorias x e y con entropías H(X) y H(Y) respectivas prefijadas, la información mutua I(X;Y) entre las variables x e y.

1. Es nula en el caso de que x sea función biunívoca de y.
2. Es proporcional a H(X) y a H(Y).
3. Aumenta con H(X,Y).
4. Siempre es no negativa.

Pregunta 5.

La inecuación de Fano de una variable x perteneciente a un conjunto X cuyo cardinal |X| = N.

1. Es una cota superior de la probabilidad de error al decidir x a partir de otra variable y.
2. Sirve para saber si ha habido o no errores a través de un canal.
3. Es una cota inferior de la probabilidad de error al decidir x a partir de otra variable x.
4. Limita la probabilidad de error en referencia a (1-H(Y/X))/N.

Pregunta 6.

El conjunto de secuencias tipicas

1. Coincide siempre con el conjunto de secuencias más probables.
2. Es un conjunto cuyo cardinal se va haciendo muy superior al del conjunto de secuencias no típicas, a medida que la longitud de la secuencia n crece.
3. Es el conjunto de secuencias cuya distancia Hamming de la secuencia promedio se puede acotar todo lo que se desee, haciendo suficientemente grande la longitud n de las secuencias.
4. Es un conjunto cuya probabilidad de suceso se va haciendo muy superior al del conjunto de secuencias no típicas, a medida que la longitud de la secuencia n crece.

Pregunta 7.

Si X_{n-2}, X_{n-1}, y X_n son las tres últimas variables de una serie Markoviana.

1. No existe información mutua entre X_{n-2} y X_n.
2. La entropía condicionada de la última X_n dadas todas las anteriores, solo depende de la primera.
3. La entropía relativa D (||) entre $p(x_{n-1})$ y $p(x_n)$ crece monótonamente con n.
4. La información Mutua entre X_1 y X_n tiende hacia cero con la longitud n de la cadena.

(continúa)

II-5 Continuación:

Pregunta 8.

Identificar cuales de los dos siguientes códigos fuente, identificados a través del tamaño de su alfabeto y de las longitudes de sus palabras, pueden ser unívocamente decodificables.

1. Código C, ternario, longitudes = 1,1,1,2.
2. Código B, ternario, longitudes = 1,1,2,2,2,3.
3. Código A, binario, longitudes = 2,2,2,3,3,3.
4. Código D, binario, longitudes = 1,2,3,4,5,6,7,8.

Pregunta 9.

El código fuente formado por las palabras: 1, 01, 0011, 0010, 100001, 100101, y 010.

1. Es un código unívocamente decodificable.
2. No es un código unívocamente decodificable.
3. Es un código singular (No es singular).
4. Es un código instantáneo.

Pregunta 10.

El algoritmo de Huffman genera

1. Siempre un código fuente prefijo.
2. Siempre un código fuente con una sola palabra de longitud máxima.
3. Un código fuente s-ario, pero puede haber otros códigos s-arios con longitud media menor.
4. Siempre un código fuente cuya longitud media es igual a la Entropía de la fuente.

Pregunta 11.

Dados los conjuntos de secuencias típicas $\{X^n\}$ e $\{Y^n\}$ de idéntica longitud,

1. El cardinal del conjunto de pares de secuencias $A^{(n)}$ mutuamente típicas crece exponencialmente con el producto de la longitud y la entropía conjunta (n.H(x,y)).
2. Para que dos secuencias X^N e Y^N, sean mutuamente típicas es condición necesaria y suficiente que ambas lo sean.
3. Si una secuencia X^N es mútuamente típica con otra Y^N, sucede que $-(1/n)\log p(X^N)$ converge a H(y).
4. El logaritmo de la probabilidad de que dos secuencias típicas lo sean mutuamente es negativo y proporcional a H(x/y).

Pregunta 12.

La capacidad de un canal binario simétrico y probabilidad de error p.

1. Coincide con la entropía conjunta de los símbolos de entrada y de salida, solo cuando las entradas son equiprobables.
2. Es una cota superior de la eficiencia, por debajo de la cual nos permite reducir la tasa de error todo lo que queramos.
3. Es un límite a la velocidad con que se puede enviar señales a través suyo.
4. Se puede alcanzar con un código cíclico adecuado a la tasa de error.

Pregunta 13.

Los códigos de protección contra errores

1. Cíclicos son siempre códigos lineales
2. Lineales encadenados o concatenados dejan de ser lineales
3. Convolucionales no son códigos lineales
4. Lineales son siempre binarios.

(continúa)

II-5 Continuación:

Pregunta 14.

En un código de protección contra errores binario lineal todos los vectores de la matriz G tienen

1. Distinto síndrome
2. La misma distancia entre sí.
3. Que ser ortogonales a H.
4. El peso mínimo.

Pregunta 15.

Un código lineal con una distancia mínima de 9 permitiría

1. Detectar todos los vectores error de peso 7 y corregir simultáneamente los dobles.
2. Corregir hasta los errores quíntuples.
3. Corregir los errores triples y detectar simultáneamente hasta los quíntuples.
4. Detectar todos los errores de peso 9.

Pregunta 16.

Si se envía una palabra código situada en una posición de la agrupación canónica (Standard Array).

1. El síndrome solo determina un cogrupo de vectores error sospechosos.
2. Solo pueden recibirse palabras situadas en la misma columna.
3. El conocimiento del síndrome determina unívocamente la palabra error que lo produce.
4. A errores distintos les corresponden siempre síndromes distintos.

Pregunta 17.

Los códigos cíclicos de dimensiones n y k.

1. Siempre tienen un polinomio primitivo en su polinomio generador.
2. Si se recortan ya no son cíclicos.
3. Si se recortan ya no son lineales.
4. Son más robustos que los lineales de mismas dimensiones

Pregunta 18.

Los códigos cíclicos de dimensiones n y k.

1. Prueban la existencia de otro código cíclico (n, n-k).
2. Son capaces de detectar todas las ráfagas de n-k+1 errores.
3. Se pueden hacer sistemático, reemplazando el conjunto de palabras código por otro conjunto adecuado pero diferente.
4. Utilizan como polinomio generador la palabra código de peso mínimo.

Pregunta 19.

El circuito que calcula el síndrome de un vector recibido en el caso de un código cíclico no sistemático.

1. Difiere del circuito en el caso sistemático al invertir el orden de los bits.
2. Generalmente es mas complejo que en el caso de un código lineal no cíclico.
3. Se limita a calcular el resto del polinomio recibido módulo h(x), el polinomio complementario del polinomio generador.
4. No varia esencialmente si el código esta recortado o no.

Pregunta 20.

El protocolo ARQ de retransmisión

1. con rechazo selectivo o retroactivo (Go-back-n) apenas difieren en rendimiento si la probabilidad de error de bloque es pequeña.
2. de parada y espera no necesita numeración para ser seguro.
3. con rechazo selectivo o retroactivo (Go-back-n) con ventana 2 son muchos mas eficaces que el de parada y espera.
4. con rechazo selectivo la cadencia eficaz no depende del tiempo de propagación del canal, ni del tamaño de la ventana de numeración.

Septiembre-98

II-6 Pregunta 1.

Dadas tres variables X, Y, y Z, si sabemos que $I(X; Z/Y) = 0$ podemos inferir que...

1. Las tres variables tienen una dependencia markoviana.
2. Dada la variable Y, la incertidumbre conjunta de las variables X e Y es nula.
3. Las variables X e Z son independientes de la variable Y.
4. Las variables X y Z son estadísticamente independientes.

Pregunta 2.

Sean X e Y las respuestas proporcionadas por dos amigos a un mismo sondeo electoral. Si todos los partidos o candidatos electorales tienen una posibilidad no nula de ser votados, podemos deducir que...

1. La información mutua entre las respuestas X e Y seguro que es positiva.
2. Si Y responde que votará al PC (Part. Conservador), entonces la incertidumbre acerca de X es nula.
3. Si Y responde que votará al PL (Part. Liberal), entonces la incertidumbre acerca de X puede haber aumentado.
4. La incertidumbre de X dado Y, es superior a la incertidumbre de X.

Pregunta 3.

En un sondeo electoral sea X_a la respuesta de un encuestado de la demarcación A donde suponemos que existe una desconocida pero segura distribución de probabilidades de los votos; sea X_b la respuesta de un encuestado de la demarcación vecina B que tiene su correspondiente distribución, y es del mismo tamaño censal que la primera; y sea X la respuesta a un encuestado del distrito municipal compuesto por las dos demarcaciones anteriores agregadas. Podemos deducir que las incertidumbres de estas demarcaciones tienen la siguiente relación:

1. $H(X) < 1/2 (H(Xa) + H(X_b))$
2. $H(X) \geq ½ (H(X_a) + H(X_b))$
3. $H(X) \geq H(X_a)$
4. $H(X) \geq H(X_a) + (X_b)$

Pregunta 4.

La tasa o velocidad de la entropía de un proceso coincide con el incremento de entropía al añadir una variable a la secuencia, conocida las anteriores.

1. Unicamente en procesos de Markov.
2. Siempre en procesos estócasticos.
3. En ningún caso.
4. Siempre en procesos estacionarios.

Pregunta 5.

Sobre los códigos de codificación de fuentes se puede concluir que:

1. Algunos códigos prefijo pueden ser no unívocamente decodificables.
2. Todo código unívocamente decodificable es un código prefijo.
3. Todo código unívocamente decodificable es reemplazable por un código prefijo de igual longitud media.
4. Algunos códigos prefijo pueden ser reemplazados por un código unívocamente decodificable de menor longitud media.

Pregunta 6.

Dada una fuente binaria sin memoria y cuya $\mathrm{Prob}(X = 1) = 0{,}9$ (y $H(0{,}9) = 0{,}49$), si codificamos simultáneamente una agrupación de símbolos sucesivos, el número medio de bits generados por símbolos de la fuente.

1. Esta entre 0,9 y 0,9 +1
2. Puede ser del orden de 0.9.
3. Es siempre igual a 1.
4. Puede hacerse inferior a 0,5.

(continúa)

II-6 Continuación:

Pregunta 7.

Identificar de los siguientes conjuntos de longitudes **NO** puede corresponder a un código prefijo de base n-ria.

1. {1,1,2,2,2,3,3,3} n = 3 ternario
2. {1,2,2,2,2,2,3,3,3} n = 3 ternario
3. {{1,2,3,4,5,5} n = 2 binario
4. {1,1,1.3.3,3,3,2,2,2} n = 4 cuaternario.

Pregunta 8.

En un código de codificación de fuente óptimo.

1. La longitud de las palabras ha de ser mayor o igual a-log(p_i).
2. A símbolos de distinta probabilidad p_i y p_j les puede corresponder palabras de igual longitud.
3. Si el alfabeto es binario no puede haber más de dos palabras de longitud máxima.
4. La longitud de palabras debe ser igual a -log(p_i).

Pregunta 9.

Si se comprimen los 16 símbolos alternativos de una fuente discreta mediante un código Huffman de alfabeto...

1. Ternario, **TODAS** las agrupaciones realizadas durante el diseño se harán de 3 en 3.
2. Binario, las palabras código serán de longitud menor o igual a cuatro para que haya compresión.
3. Binario, se obtiene un código que es **EL** único código óptimo posible.
4. Cuaternario, habrá siempre al menos cuatro palabras de máxima longitud.

Pregunta 10

Las longitudes de todas las palabras código de un código Huffman.

1. Están siempre entre H (X) y H (X) +1.
2. Son siempre menores que las longitudes de cualquier otro código.
3. No siempre son menores que el entero superior más próximo al logaritmo del inverso de la probabilidad asociada a esa palabra código.
4. No pueden ser mayores que H(X) +2

Pregunta 11.

El conjunto de secuencias típicas binarias es tal que:

1. La probabilidad de una secuencia típica binaria es mayor cuando p = Prob(1) = 0,5 que cuando p= 0,1.
2. La probabilidad de una secuencia típica tiene a un valor fijo independientemente de la longitud de la secuencia.
3. El número de secuencia típicas de una fuente uniformemente distribuida es mayor que la de una fuente no uniforme.
4. Incluye siempre todas las secuencias de mayor probabilidad.

Pregunta 12.

La Capacidad C de un canal discreto y sin memoria.

1. Es una tasa a la que se puede enviar señales con probabilidad de error nula.
2. Siempre es el valor de la información mutua entre entrada y salida si los símbolos de entrada son de máxima entropía.
3. Coincide con la diferencia entre la incertidumbre de los símbolos de entrada sin condicionar y condicionados por la salida, para una determinada distribución.
4. Es un límite que impide absolutamente enviar señales a tasas más elevadas.

Pregunta 13.

Dada la secuencia típica Y_n.

1. La probabilidad de que otra secuencia X_n independiente de la primera sea típica es del orden de $2^{-nI(X;Y)}$.
2. Solo hay una secuencia X_n conjuntamente tipica con Y_n.
3. Y otra secuencia X_n, son conjuntamente típicas si y sólo si ambas lo son.
4. Puede haber del orden de $2^{nH(X/Y)}$ secuencias X_n conjuntamente típicas con Y_n.

(Continúa)

II-6 Continuación:

Pregunta 14.

Una secuencia se símbolos markoviana de primer orden con distribución de probabilidades estacionarias u.

1. Tiene mas entropía que una secuencia sin memoria y con distribución u.
2. No se puede codificar óptimamente con códigos Huffman.
3. Puede codificarse con una longitud media por símbolo inferior a la entropía de la distribución u.
4. Se puede codificar ópticamente con un código Huffman construido a partir de la distribución u.

Pregunta 15.

En un canal binario Simétrico, la capacidad

1. Coincide con la entropia de la variable de entrada.
2. Crece con p.
3. Ha de ser siempre inferior a 1.
4. Pude ser nula.

Pregunta 16.

Dado un canal DMC donde X ∈ {0, 1, 2} e Y ∈ {0, 1} con p(y/x): $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0,5 & 0,5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ su capacidad es

1. 1,5 bits con p(x) = {0,5, 0, 0,5}
2. 1 bit con p(x) = {0,5, 0, 0,5}
3. Ninguna de las propuestas
4. 1 bit con p(x) = {1/3, 1/3, 1/3}

Pregunta 17

Dada una fuente binaria y un canal BSC con probabilidad p mayor que 0 , a través del que se envía la información de una fuente cuya tasa de señales es de R bits por utilización del canal

1. Si la tasa R es p, sí se puede hacer la tasa de error todo lo pequeña que se quiera.
2. Si la tasa R es 1, sí se puede hacer la tasa de error todo lo pequeña que se quiera
3. En todo caso, se va a poder hacer la tasa de error todo lo pequeña que se quiera.
4. No siempre se va a poder hacer la probabilidad de error todo lo pequeña que se quiera.

Pregunta 18.

El codificador de Lempel- Ziv se diferencia de uno de Huffman en que:

1. En el límite conduce para cualquiera tipo de fuente a la entropía y uno de Huffman no.
2. Tanto con fuentes estacionarias como no estacionarias en el límite la longitud media es igual a la entropía.
3. No necesita conocer la distribución de una fuente estacionaria para conseguir que la longitud tienda a la entropia.
4. Permite obtener **SIEMPRE** longitudes medias menores que un código Huffman

Noviembre-98

II-7 **Pregunta 1.**

Si la entropía de la variable T es de 3,14 bits.

1. La codificación de un ejemplar de esta variable nunca puede requerir 3 bits.
2. La codificación de esta variable aislada requerirá siempre en promedio entre 1,14 y 4,14 bits.
3. La codificación de esta variable requerirá al menos cuatro bits.
4. La codificación conjunta de esta variable y de las otras variables de cada historial exigirá en promedio al menso 3,14 bits para esta variable.

Pregunta 2.

¿Cuál de las siguientes ecuaciones **NO** es cierta?

1. $I(X;Y,Z) = I(X;Y) + I(X;Z/Y)$
2. $I(X;Y,Z) = I(X;Y) + I(X;Z)$
3. $I(X;Y/Z) = H(X/Z)+H(X/Y,Z)$
4. $H(X,Y) = H(X) + H(Y) - I(X;Y)$

Pregunta 3.

La tasa o velocidad de la entropía de un proceso coincide con el incremento de entropía al añadir una variable a la secuencia, conocidas las anteriores.

1. Unicamente en los procesos de Markov.
2. En todos los procesos determinísticos.
3. En todos los procesos estocásticos
4. En todos los procesos estacionarios

Pregunta 4.

Sobre los códigos de codificación de fuentes se puede concluir que

1. Algunos códigos prefijo pueden ser no unívocamente decodificables.
2. Los códigos prefijo pueden ser remplazados por códigos unívocamente decodificables de menor longitud media.
3. Todo código unívocamente decodificable es un código prefijo.
4. Todo código unívocamente decodificable es reemplazable por un código prefijo de igual longitud media.

Pregunta 5.

Identificar cual de los siguientes conjuntos de longitudes **NO** puede corresponder a un código prefijo de base n-ria.

1. {1.2.2.2.2.2.2.3.3.3)n = 3 ternario
2. {1.2.3.4.5.5}n = 2 binario
3. {1.1.2.3.3.3.3.3.4.4.4}n = 3 ternario
4. {1.1.1.3.3.3.3.2.2.2} n = 4 cuaternario

Pregunta 6.

En un código de codificación óptimo de una fuente cuyos símbolos tienen una distribución de probabilidades p_i cualquiera.

1. La longitud de las palabras debe ser igual a $-\log(p_i)$.
2. Si el alfabeto es binario no puede haber más de dos palabras de longitud máxima.
3. A símbolos de distinta probabilidad pi y p_j les puede corresponder palabras de igual longitud.
4. La longitud de las palabras ha de ser mayor o igual a $-\log(p_i)$.

Pregunta 7.

Si se comprimen los 32 símbolos alternativos de una fuente discreta mediante un código Huffman de alfabeto...

1. Binario, se obtiene un código que es **EL** único código óptimo posible.
2. Binario, las palabras código serán de longitud menor o igual a cinco para que haya compresión.
3. Ternario, **NO Todas** las agrupaciones realizadas durante el diseño se harán de 3 en 3.
4. Cuaternario, habrá siempre al menos cuatro palabras de máxima longitud.

(Continúa)

II-7 Continuación:

Pregunta 8.

Un código de Huffman es un código óptimo en el sentido de que entre otros códigos unívocamente decodificables alternativos:

1. Ninguno tiene una longitud media menor, y dicha longitud es mayor que la entropía o coincide con la misma si la fuente es D-ádica.
2. Puede haber alguno con una longitud media menor que la entropía.
3. Y que sean prefijos, ninguno tiene una longitud menor, aunque otros códigos unívocamente decodificables pueden tenerla.
4. Sean o no prefijos, ninguno tiene una longitud media menor, y ésta coincide siempre con la entropía.

Pregunta 9.

La codificación de Lempel-Ziv genera palabras o instrucciones con varios parámetros. Indíquese cual de las siguiente declaraciones **NO** es correcta.

1. Uno de los parámetros indica que carácter se debe añadir al final de la copia.
2. Uno de los parámetros indica si la copia del texto debe hacerse hacia atrás o hacia delante.
3. Uno de los parámetros indica la longitud de la lista de símbolos a copiar.
4. Uno de los parámetros indica desde dónde debe empezar la copia.

Pregunta 10.

Dada la secuencia típica Y_n.

1. La probabilidad de que otra secuencia Xn, independiente de la primera sea típica es del orden de $2^{-nI(X:Y)}$
2. Y otra secuencia X_n, son conjuntamente típicas si y sólo si ambas lo son.
3. Solo hay una secuencia X_n conjuntamente típica con Y_n.
4. Puede haber del orden de $2^{nH(X/Y)}$ secuencias X_n conjuntamente típicas con Y_n.

Pregunta 11.

Una secuencia de símbolos markoviana con distribución de probabilidades estacionarias u.

1. Tiene más entropía que una secuencia sin memoria y con distribución.
2. Se puede codificar óptimamente con un código Huffman construido a partir de la distribución u.
3. Puede codificarse con una longitud media por símbolo inferior a loa entropía de la distribución u.
4. No se puede codificar óptimamente con códigos Huffman.

Pregunta 12.

¿Cuál de los siguientes códigos no es unívocamente decodificable?

1. (0. 01. 11)
2. (00. 01. 10. 11)
3. (0. 01. 10)
4. (0.10. 11)

Pregunta 13.

Si a un código lineal de distancia par le añadimos un bit de paridad igual a la suma de los componentes de la palabra:

1. No se puede asegurar nada.
2. La distancia del código resultante aumenta en uno.
3. El código resultante no es lineal.
4. La distancia del código resultante no aumenta en uno.

Pregunta 14.

En un código lineal de distancia 7. ¿cuál de las siguientes afirmaciones **NO** es cierta?

1. Es capaz de detectar hasta 6 errores.
2. Es capaz de corregir hasta 2 errores y simultáneamente detectar 3 o 4 errores.
3. Es capaz de corregir hasta 2 errores y simultáneamente detectar hasta 5 errores.
4. Es capaz de corregir 1 error y simultáneamente detectar hasta 5 errores.

(Continúa)

II-7 Continúa:

Pregunta 15.

En la codificación lineal bloque:

1. Un vector de dimensión n que no es un vector código de un código (n, k) generado por la matriz G, es un vector código del código dual generado por la matriz H.
2. Permutar filas en una matriz generadora permite distintas tablas de codificación, y cualquiera de las matrices H de paridad puede utilizarse para calcular si ha habido o no error en la transmisión.
3. Si permutamos las columnas de una matriz generadora, tenemos otra matriz que pierde las condiciones indispensables para ser matriz generadora de otro código.
4. Dos matrices generadoras distintas pero de las mismas condiciones utilizan distintas tablas de codificación, pero generan el mismo subespacio vectorial.

Pregunta 16.

En los códigos lineales bloque los vectores de la matriz generadora:

1. Son ortogonales e independientes.
2. Pueden ser ortogonales y no independientes.
3. Pueden ser ortogonales
4. Deben ser ortogonales.

Pregunta 17.

Un código lineal puesto en forma sistemática:

1. Tiene siempre una distancia mínima mayor que 2.
2. Tiene las mismas capacidades de detección que si estuviera puesto en forma no sistemática
3. Siempre es un código perfecto.
4. No se puede recortar.

Pregunta 18.

Para la corrección de errores mediante el criterio de máxima verosimilitud (MLD) en un canal binario simétrico:

1. Corrige adecuadamente siempre que el peso del error sea menor que la distancia mínima del código
2. Se elige la palabra código situada a menor distancia de la palabra transmitida.
3. Se elige la palabra código que, al sumarla con la palabra recibida, el peso de la suma resultante sea mínimo.
4. Se elige la palabra código que tenga el peso más cercano a la palabra recibida.

Pregunta 19.

En un código cíclico:

1. Los vectores recibidos pueden ser de grado menor que el polinomio generador.
2. Los vectores recibidos son rotaciones cíclicas de los enviados.
3. los vectores recibidos son corregidos, siempre a una de sus rotaciones cíclicas
4. Los vectores recibidos son múltiplos del polinomio generador.

Pregunta 20.

Respecto a las capacidades de detección de errores de un código cíclico:

1. Detecta todas las ráfagas de errores de peso impar.
2. Detecta todas las ráfagas de errores de longitud menor a la distancia mínima.
3. Detecta todas las ráfagas de errores múltiplos del polinomio generador
4. Detecta solo las ráfagas de errores de longitud menor o igual que el numero de bits de redundancia.

Pregunta 21.

Un código cíclico de Hamming:

1. Su polinomio generador nunca es factor de $(x^{n-1}+1)$
2. No siempre se puede recortar
3. Puede temer columnas iguales en su matriz de paridad
4. No siempre es perfecto.

(Continúa)

II-7 Continuación:

Pregunta 22.

En un sistema ARQ de Envio continuo y rechazo selectivo:

1. La probabilidad de retransmisión depende del tiempo de asentamiento.
2. Es el más adecuado sólo cuando el tiempo de asentimiento es muy elevado.
3. Es el más adecuado para canales semiduplex.
4. Puede llegar a tener mejor rendimiento que un sistema FEC con el mismo código.

Pregunta 23.

En un código cíclico:

5. Todos los factores de (x^n+1) son palabras código.
6. Las rotaciones del polinomio generador son factor de (x^n+1).
7. Su polinomio de paridad es factor de (x^n+1)
8. Su polinomio de paridad es factor de (x^n+1)

Pregunta 24.

Si g(x) es un polinomio primitivo

1. EL código corrige errores simples.
2. El código detecta todas las ráfagas de longitud menor o igual a (n-1)
3. El código detecta los errores impares.
4. Es factor de (x^k+1).

Febrero-99

II-8 **Pregunta 1.**

Sea $y = 2^x$ donde x es una variable aleatoria discreta. ¿Cuál de las siguientes expresiones es verdadera?

1. $H(Y) > = H(X)$
2. $H(Y) = < H(X)$
3. $H(Y) = H(X)$
4. $H(Y) > H(X)$

Pregunta 2.

La entropía relativa

1. No siempre es mayor o igual que cero.
2. Es igual a la información mutua entre dos variables aleatorias menos la entropía de una de ellas.
3. Es la incertidumbre que queda sobre una variable aleatoria al cambiar su distribución de probabilidad.
4. No es una distancia euclídea entre dos distribuciones de probabilidad.

Pregunta 3.

Identificar cual de estas igualdades ES correcta

1. $H(x,y/z) = H(z) + H(y/z)$
2. $H(x,y/z) = H(x,y) - H(z)$
3. $H(x,y/z) = H(x/y,z) + H(y/x,z)$
4. $H(x,y/z) = H(x,y,z) + H(x/z)$

Pregunta 4.

Si $H(x,y/z) = H(x,y)$ significa que

1. Las variables x e y son condicionalmente independientes entre sí.
2. z es independiente de cualquiera de las otras dos variables.
3. Las tres variables tienen una dependencia markoviana.
4. La entropía $H(x/y)$ coincide con $H(x/y)$.

Pregunta 5.

Si X, Y, Z, T forman una cadena de Markov (X->Y->Z->T). ¿Cuál de las siguientes inecuaciones NO es cierta?

1. $I(X;Y/Z) <= I(X;Y)$
2. $I(X;Z) <= I(X;T)$
3. $I(X;Y) >= I(X;Z)$
4. $I(Y;Z) >= I(Y;T)$

(continúa)

II-8 Continuación.-

Pregunta 6.

Si una fuente estacionaria genera secuencias de símbolos independientes e idénticamente distribuidos,

1. El número de secuencias típicas crece con N mas rápidamente que el de secuencias atípicas.
2. La probabilidad de que dos secuencias independientes sean típicas tiende hacia cero.
3. Todas las secuencias típicas tienen idéntica probabilidad.
4. Una secuencia se identifica como típica si su probabilidad está debidamente acotada.

Pregunta 7.

El conjunto de las secuencias de un proceso estocástico formado por n símbolos sucesivos $\{X_i\}$ de variables aleatorias idénticas e igualmente distribuidas, donde n es muy grande:

1. Forman el conjunto de secuencias típica que incluye siempre a la secuencia más probable.
2. Son el conjunto de secuencias típicas si y solo si la distribución de la variable aleatoria X_i es equiprobable.
3. Constituyen un conjunto de secuencias cuya probabilidad de suceso se aproxima a la unidad todo lo que se desee.
4. Su número es aproximadamente igual a dos elevado a la tasa de la entropía.

Pregunta 8.

En una secuencia larga obtenida de una fuente estocástica, estacionaria, markoviana, irreducible y periódica con memoria de primer orden

1. La entropía de un par de símbolos sucesivos siempre es menor que la entropía de cada uno de los símbolos aislados.
2. La tasa de entropía siempre es inferior a la entropía de un símbolo aislado del tramo posterior de la secuencia.
3. La entropía de todos los símbolos es independiente de su separación del símbolo inicial.
4. La entropía de un símbolo inicial siempre es menor que la entropía de un símbolo aislado posterior.

Pregunta 9.

En una secuencia larga obtenida de una fuente estocástica, estacionaria, markoviana, irreducible y periódica con memoria de primer orden

1. Si la distribución estacionaria μ es uniforme, la entropia de la variable x_n crece con n.
2. Si la distribución de probabilidad inicial $\mu(x_1)$ es uniforme, la tasa de entropía de la secuencia crece con n.
3. Si la distribución estacionaria μ es uniforme, la tasa de entropía de la secuencia crece con n
4. Si la distribución de probabilidad inicial $\mu(x_1)$ es uniforme, la entropia de la variable x_n crece con n.

Pregunta 10.

La tasa de entropia de una secuencia estocástica de longitud n muy grande

1. Siempre existe.
2. Nunca coincide con la media de las entropías de las n variable aleatorias.
3. Es el número medio de bits por símbolo imprescindibles para codificar el estado de una cadena de Markov sin conocer el estado anterior.
4. Es el número medio de bits por símbolo imprescindibles para codificar la secuencia si es markoviana y estacionaria

Pregunta 11.

Todos los códigos prefijo

1. Son óptimos
2. Son códigos de Huffman.
3. Son unívocamente decodificables.
4. Cumplen la inecuación de Kraft con la igualdad.

(continúa)

II-8 Continuación.-

Pregunta 12.

La longitud media de un código fuente esta comprendida entre H(x) y H(x)M.

1. Si el código cumple la inecuación de Kraft.
2. Si el código es tipo Shannon.
3. Si y solo si el código es un código Huffman.
4. Si y solo si la distribución de probabilidad de la fuente es diádica.

Pregunta 13.

La codificación Huffman

1. Diseña el único código que es optimo.
2. Garantiza que no haya palabras con igual prefijo.
3. Diseña un código sin palabras de igual longitud.
4. Garantiza que a símbolos más probables les corresponden palabras más cortas.

Pregunta 14.

En los códigos fuente:

1. Todo código no singular cumple la inecuación de Kraft.
2. Todo código unívocamente decodificable cumple la inecuación de Kraft.
3. Solo los códigos prefijo cumplen la inecuación de Kraft.
4. Todo código singular cumple la inecuación de Kraft.

Pregunta 15.

La longitud media de un código óptimo para una variable aleatoria discreta

1. Puede valer igual a la entropía más uno.
2. Es igual a la entropía de la variable aleatoria.
3. Está siempre entre la entropía y la entropía menos uno.
4. No siempre se puede hacer igual a la entropía.

Pregunta 16.

¿Con cuál de los siguientes conjunto de longitudes de palabras código NO es posible construir un código instantáneo si usamos un alfabeto ternario?

1. {1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 5}
2. {1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3}
3. {1, 1, 2, 2, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5}
4. {1, 1, 2, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5}

Pregunta 17.

Para codificar óptimamente una fuente estacionaria:

1. Podemos utilizar un código de Huffman sin conocer la distribución de probabilidades.
2. Podemos utilizar un algoritmo de Lempel-Ziv solo si la fuente no tiene memoria.
3. Podemos utilizar un código de Huffman conociendo tan solo las probabilidades de primer orden.
4. Podemos utilizar un algoritmo de Lempel-Ziv sin conocer la distribución de probabilidades.

Pregunta 18.

La capacidad de un canal.

1. No siempre se obtiene para las salidas equiprobables.
2. Se obtiene siempre para las entradas equiprobables.
3. Sólo depende de la matriz de transición del canal.
4. Coincide con el máximo de la entropía de la salida.

Pregunta 19.

La capacidad de un canal binario simétrico.

1. Es inversamente proporcional a la probabilidad de error.
2. Disminuye con la probabilidad de error.
3. Puede ser nula.
4. Coincide con la entropía de la variable de entrada.

(continúa)

II-8 Continuación.-

Pregunta 20.

Un canal discreto sin memoria, está definido por la siguiente matriz de transición:

$$\begin{pmatrix} (1-p) & (1-p)/2 & p/2 & p/2 \\ p/2 & p/2 & (1-p)/2 & (1-p)/2 \end{pmatrix}$$

Su capacidad es

1. 1-H(p)
2. 2-H(p/2)
3. 1+H(p/2)
4. 1+H(p)

Diciembre-99

II-9 **Pregunta 1.**

Sea X una variable aleatoria discreta e Y=g(X), una función arbitraria de X. H(Y) es igual a H(X)

1. Cuando g(x) sea una función continua
2. Cuando para todo par de valores de x_1, x_2 distintos; g(x_1) es distinto de g(x_2)
3. Cuando g(x) sea una aplicación algebraica
4. Cuando g(x) sea una función determinística.

Pregunta 2.

De una población de gatos de dos colores C (blancos y negros) nos dicen lo siguiente: Respecto de su salud S, el 25% del total están enfermos; el 10% de los sanos son blancos, así como el 50% de los enfermos. ¿Cuánta incertidumbre tenemos acerca del color C de los gatos?

1. 1 bit
2. 0,5 bits
3. 0,72 bits
4. 0,12 bits

Pregunta 3.

En este mismo caso ¿Cuánta información se da acerca de la salud S de los gatos por especificar su color C?

1. 0,25 bits
2. 0,12 bits
3. 0,8 bits
4. 0,5 bits

Pregunta 4.

Si nos dicen que los gatos del problema anterior son de dos razas R (A y B), que todos los gatos blancos y la mitad de los negros son de la raza A tanto si están enfermos como si no. ¿Cuánta información se da acerca de la salud de los gatos si ahora se especifica su raza R?

1. 0,050 bits
2. 0,327 bits
3. 0,023 bits
4. 0,25 bits

Pregunta 5.

Por último, si se obtiene sucesivamente la información de salud, el color y raza de los gatos a través de tres dígitos binarios sucesivos S, C, R; cada dígito nos suministra una información.

1. Tal que sólo la del primero coincide con la entropía asociada a la salud de los gatos.
2. Tanta como las entropías de la salud, color y raza, respectivamente.
3. Igual de grande en los tres casos.
4. Cada vez menor que la del dígito anterior.

(continúa)

II-9 Continuación.-

Pregunta 6.

Dados los códigos (230, 232, 213, 312, 133, 123, 31, 021) y (001, 1000, 1100, 10010, 01110, 101011, 011001, 10001):

1. El primero no es unívocamente decodificable y el segundo sí.
2. Ninguno lo es.
3. El primero es unívocamente decodificable y el segundo sí.
4. Los dos lo son.

Pregunta 7.

En un canal simétrico y sin memoria la capacidad del canal.

1. Es cero si todas las probabilidades de transición son iguales.
2. Nunca puede ser mayor que un bit.
3. Nunca puede ser cero.
4. Sólo puede ser cero si las entradas no son equiprobables.

Pregunta 8.

Dado un canal discreto y sin memoria con p(y/x)

$$\begin{pmatrix} 0{,}5 & 0{,}5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}5 & 0{,}5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}5 & 0{,}5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}5 & 0{,}5 \\ 0{,}5 & 0 & 0 & 0 & 0{,}5 \end{pmatrix}$$

su capacidad es:

1. 1 bit.
2. Ninguna de las respuestas alternativas.
3. log_2 5 bits.
4. log_2 (5/2) bits.

Pregunta 9.

La longitud de un código de Huffman dista mucho de la entropía de la fuente.

1. Si los símbolos de ésta son pocos y tienen probabilidades muy distintas.
2. Cuando las probabilidades de los símbolos de la fuente son equiprobables.
3. Cuando la fuente es binaria.
4. Cuando los símbolos de la fuente son muchos.

Pregunta 10.

I(X,Y,Z) mide.

1. La información que es común a las tres variables.
2. La información que me da sobre la variable Z el conocer los valores de la X y la Y.
3. La incertidumbre que me queda sobre la Z al conocer los valores de la X y la Y.
4. La información que me da sobre la variable Y el conocer los valores de la X y la Z.

Pregunta 11.

El algoritmo de Lempel-Ziv.

1. Sólo es apropiada cuando o se conocen las probabilidades de los símbolos de la fuente pero éstas no pueden variar con el tiempo.
2. En todo caso es más eficiente que la codificación de Hufman.
3. Es una codificación apropiada cuando las probabilidades de los símbolos de la fuente no se conocen o varían con el tiempo.
4. Genera una codificación cuya longitud en ningún caso se puede aproximar todo lo que se quiera a la entropía.

(continúa)

II-9 Continuación.-

Pregunta 12.

La capacidad de un canal.

1. Puede ser siempre igual al mayor de los valores de la entropia de la entrada al canal o de la entropía de la salida del mismo.
2. Siempre se puede calcular de forma exacta.
3. Es la velocidad de bits por segundo que no se puede sobrepasar nunca al usar un canal.
4. Es el límite por encima del cuál no se puede enviar información con probabilidad de error todo lo pequeña que se quiera.

Pregunta 13.

Si a todas las palabras código de un código de Hamming, se les añade un bit de paridad, el nuevo código resultante:

1. Es cíclico con distancia mínima 4.
2. No es cíclico y su distancia mínima puede ser 3 o 4.
3. Siempre tiene distancia mínima 4.
4. Es cíclico con distancia mínima menor o igual que 4.

Pregunta 14.

Supóngase que en el decodificador de un código se produce error en la detección del inicio de las palabras código, de forma que lo que se toma como primer bit de la palabra es el segundo y así sucesivamente. En el caso de que no aparezcan otros errores debidos a la transmisión por el canal, la probabilidad de que el decodificador detecte error en una palabra es:

1. Del 50%
2. Del 100% si se trata de un código de Hamming.
3. Mayor del 50%.
4. Depende de la distancia minima del código

Pregunta 15.

Si a partir de un código Hamming **recordado** (n', k'), se genera otro código utilizando como polinomio generador el anterior multiplicado por (1 + x), este nuevo código generado:

1. No es un código cíclico.
2. Puede ser un cíclico recortado de tamaño $(n' + 1, k')$.
3. Puede ser un cíclico recortado de tamaño (n', k')
4. No es un código cíclico recortado.

Pregunta 16.

Dado un mismo n al aumentar los factores que componen el polinomio generador con un factor (1+x), el número de palabras código resultante:

1. Se reduce siempre a la mitad.
2. No cambia.
3. Se reduce a la mitad solo si la distancia mínima era previamente impar.
4. Se reduce a la mitad solo si la distancia mínima era previamente par.

Pregunta 17.

En un código cíclico con codificación sistemática o no sistemática, a la palabra de información 1000...000 (todo ceros con un 1 en la primera posición), le corresponde una palabra codificada que:

1. Es siempre de peso mínimo y es la única de peso mínimo.
2. Es siempre de grado mínimo y el resto de grado mínimo son desplazamientos circulares de ella.
3. Es siempre de grado mínimo algunas veces es la única de peso mínimo.

Pregunta 18.

Un código lineal y su código dual:

1. Tiene el mismo número de palabras código.
2. Tiene los mismos líderes de cogrupo.
3. Tienen las mismas capacidades correctoras de detectoras.
4. Si uno es cíclico forzosamente el otro también lo es.

(continúa)

II-9 Continuación.-

Pregunta 19.

Sabemos que un código cíclico C(9,6) tiene como polinomio generador $g(x) = 1 + x^3$, que es múltiplo del polinomio primitivo $x^2 + x + 1$. Si los utilizásemos maximizando sus capacidades de detección y/o corrección, este código:

1. Es capaz de corregir errores simples y simultáneamente detectar dobles.
2. Solo es capaz de detectar errores simples.
3. Es capaz de detectar errores simples y dobles o corregir errores simples.
4. Es capaz de corregir errores de peso impar.

Pregunta 20.

En un código lineal en el que sabemos su matriz generadora, si permutamos entre sí las filas de dicha matriz:

1. Siempre podemos encontrar una codificación sistemática.
2. La distancia mínima no varía.
3. El código puede dejar de ser lineal.
4. La matriz de paridad siempre es la misma.

Pregunta 21.

En una técnica híbrida FEC y ARQ, en la que se utiliza un código cíclico C(3,21) de distancia mínima 4, se cumple que:

1. Se corrige si el error tiene peso 2.
2. Se solicita retransmisión cuando la palabra tenga 5 errores consecutivos.
3. Podemos acabar entregando a la aplicación receptora palabras con 3 errores.
4. Siempre se solicita retransmisión cuando haya errores de peso menor o igual a 3.

Pregunta 22.

Si un código se usa para corregir errores:

1. Se trata siempre de un código perfecto.
2. El circuito corrector de errores no necesita un circuito detector.
3. Se corrigen mal algunas palabras código que se detectarían si usáramos el código para detectar.
4. Se corrigen bien $2^{n-1} - 1$ patrones de error.

Pregunta 23.

En el caso de utilización de técnicas de ventana deslizante para un sistema ARQ, si la numeración de la secuencia utiliza n bits:

1. Para rechazo retroactivo, el tamaño del buffer de memoria del receptor ha de ser tan grande como el del transmisor.
2. Para el caso de parada y espera el tamaño del buffer del receptor ha de ser al menos de $2^n - 1$.
3. Para rechazo selectivo, el receptor solo necesita capacidad de almacenar una trama.
4. Para rechazo selectivo, los tamaños del buffer del transmisor y del receptor no son independientes.

Pregunta 24.

En un código cíclico:

1. No se pueden corregir todos los bits a la vez sino que se han de corregir secuencialmente.
2. Los bits se pueden corregir uno a uno sólo si se corrigen errores simples.
3. Si un error sufre un desplazamiento cíclico, el síndrome también se desplaza cíclicamente.
4. El decodificador de Meggit es capaz de corregir errores múltiples.

Febrero-00

II-10 Pregunta 1

Encontrar cuál de las siguientes relaciones es siempre correcta:

1. H(a,b,c) = H(a) + H(b/a,c) – I(a;c)
2. H(a,b,c) = H(a) + H(b/a) + H(c/b)
3. H(a,b,c) = H(a) + H(b) + H (c) –I(a;b) –I(b;c) – I(c;a)
4. H(a/b,c) = H(a,b/c) –H(a/c)

Pregunta 2

Si a → b → c es una relación markoviana, marque cuál de las siguientes relaciones es siempre correcta:

1. I (a;b) ≥ I (b;c)
2. I (b;c) ≥ I (a;c)
3. I (a,b;c) = I(a;c)
4. I (a;c) ≥ I (a;b)

Pregunta 3

Si a → b → c es una relación markoviana, donde H(a) = 2·H(a/b) = 1 bit, marque cuál de las siguientes relaciones es correcta:

1. I (a;c/b) = 1/2 bit
2. H (c/a,b) = 0
3. H (a,b,c) = 3/2 bit
4. H (b,c/a) = 1 bit

Pregunta 4

En un proceso estocástico markoviano con memoria de primer orden, invariante en el tiempo,

1. las probabilidades de los símbolos siempre convergen asintóticamente hacia una solución estable.
2. el autovector de la matriz de la transición es siempre único.
3. las probabilidades de un símbolo se pueden calcular a partir de las del símbolo anterior.
4. existe incertidumbre si el proceso es irreducible y aperiódico.

Pregunta 5

Si entre las secuencias binarias de longitud 200.000 y p(1) = 0,02, se definen secuencias típicas con $\varepsilon = 0{,}001$, resulta que

1. El tamaño del conjunto de secuencias típicas es mayor de 2^{28288}
2. Toda secuencia típica tiene una probabilidad de suceder mayor que 2^{-28088}
3. Por cada una de las secuencias típicas existen 2^{2281} secuencias posibles que no lo son
4. El tamaño del conjunto de secuencias típicas es menor de 2^{28488}

Pregunta 6

Si analizamos con detalle los dos códigos siguientes:

{001, 010, 11, 101, 110}
{00, 10, 010, 101, 1011}

podremos observar que:

1. Ambos son unívocamente decodificables.
2. El primero es instantáneo y el segundo no lo es.
3. El primero es unívocamente decodificable y el segundo no lo es.
4. Ninguno de ellos es unívocamente decodificable.

Pregunta 7

Con las siguientes longitudes de palabras código {1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3},

1. se puede construir un código ternario unívocamente decodificable.
2. se puede construir un código cuaternario prefijo
3. se puede construir un código ternario prefijo.
4. se puede construir un código binario prefijo.

(Continúa)

II-10 Continuación:

Pregunta 8

Si en una secuencia binaria tras un 0 viene necesariamente un 1, y tras un 1 viene indistinta y equiprobablemente un 0 o un 1,

1. la tasa de entropía es de 1/3
2. la tasa de entropía es de 2/3
3. la tasa de entropía es de 1/4
4. la tasa de entropía es de ½

Pregunta 9

Calcule la capacidad de un canal con la siguiente matriz de transición:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1/3 & 2/3 \\ 2/3 & 0 & 1/3 \\ 1/3 & 2/3 & 0 \end{pmatrix}$$

1. C = 1/3
2. C =m2/3
3. C = log3-1
4. C = log3-2/3

Pregunta 10

El valor límite del teorema de capacidad del canal de Shannon

1. es prácticamente inalcanzable con transmisores y receptores de memoria limitada.
2. permite enviar información a esa tasa sin ningún error.
3. prohibe que se envíe un caudal de información superior
4. se obtiene sólo con una distribución de símbolos de entrada o de salida uniformes.

Pregunta 11

Al incluir el concepto de ventana en un protocolo de envío continuo

1. Mejora la calidad del servicio al disminuir la probabilidad de error.
2. El rendimiento no se ve afectado respecto al del envío continuo teórico.
3. Siempre baja algo el rendimiento.
4. Si la ventana es suficientemente grande el rendimiento es igual que en envío continuo teórico.

Pregunta 12

Un código que replica cada dígito a enviar enviándolo n veces sucesivas

1. es un código cíclico de distancia igual a n.
2. es un código cíclico de distancia igual a n menos uno
3. es un código lineal, pero no cíclico, de distancia igual a n.
4. no es código lineal.

Pregunta 13

¿Cuál de los siguientes polinomios se puede usar como polinomio generador de un código de longitud 7?

1. x^3+1
2. x^3+x^2+x+1
3. $x^4+x^3+x^2+1$
4. x^4+x^3+1

Pregunta 14

Un código C(31,21) que tiene una distancia mínima de 5

1. Podría corregir hasta un máximo de 4.960 errores de peso 3.
2. Podría corregir hasta un máximo de 1.023 errores de peso 3.
3. No puede corregir ningún error de peso 3.
4. Podría corregir hasta un máximo de 527 errores de peso 3.

(Continúa)

II-10 Continuación:

Pregunta 15

Si a las palabras código de un código lineal se les añade un bit adicional de paridad par (la suma de los bits de las palabras código),

1. se obtiene siempre otro código lineal de distancia mínima mayor que el anterior.
2. el código resultante a veces no es lineal.
3. se obtiene algunas veces otro código lineal de distancia mínima mayor que el anterior.
4. si el código inicial era cíclico, se obtiene otro código cíclico.

Pregunta 16

Los factores de un polinomio $1 + x^n$

1. ninguno puede generar un código cíclico de longitud inferior a n.
2. ninguno puede generar un código cíclico de longitud superior a n.
3. todos generan códigos cíclicos de longitud n de iguales propiedades detectoras y correctoras.
4. todos generan códigos cíclicos de longitud n.

Pregunta 17

La técnica ARQ de rechazo simple o retroctativa

1. tiene un receptor más complejo que la técnica de Parada y Espera.
2. si la probabilidad de error de bloque es muy pequeña tiene una eficiencia muy parecida a rechazo selectivo.
3. puede llegar a ser mas eficiente que la de rechazo selectivo.
4. si el tiempo de asentimiento es grande, tiene una eficiencia muy parecida a la de Parada y Espera.

Pregunta 18

La distancia mínima de un código cíclico.

1. es igual al peso del polinomio generador del código cíclico.
2. puede ser igual al grado del polinomio generador.
3. no puede ser mayor que el grado del polinomio generador.
4. no puede ser menor que el grado del polinomio generador.

Pregunta 19

En una técnica ARQ híbrida, en la que se usan un código con distancia mínima 5,

1. se pueden detectar errores de peso 4, pero también se pueden corregir
1. se pide retransmisión siempre que el síndrome del vector recibido sea distinto de cero.
2. se pide retransmisión siempre que el peso del síndrome sea mayor que dos.
3. se corrigen algunos errores de peso 2

Pregunta 20

Para las técnicas ARQ de Envío Continuo y Rechazo Simple o Retroactivo

1. La longitud de ventana de emisión no puede ser más grande del número de tramas, que caben en un tiempo de asentimiento más una.
2. La longitud de la ventana de recepción depende del máximo número de secuencia empleado.
3. La cadencia eficaz depende del tiempo de propagación del canal
4. La cadencia eficaz es independiente del máximo número de secuencia empleado.

Febrero-01

11 **Pregunta 1**

Identificar la relación correcta:

1. $H(A,B,C) \leq H(A)+H(B)+H(C)-I(A;B)-I(B;C)$
2. $I(A;C) \leq I(B;C)$
3. $H(A,C/B) \geq (A/B)+H(C/B)$
4. $H(A,B,C) \geq H(A)+H(B/A)+H(C/B)$

Pregunta 2

Identificar la relación correcta:

1. $H\ (X/Y) = H(X,Y)-H(X)$
2. $H\ (X/Y,Z) = H(Y/X,Z)+H(X/Z)-H(Y/Z)$
3. $H\ (X/Y,Z) = H(Y/X,Z)+H(Y/Z)-H(X/Z)$
4. $H\ (X/Y,Z)= H(Y/X,Z)$

Pregunta 3

Identificar la relación correcta:

1. $I\ (X;Y) = \sum\sum p(x,y) \log\ (p(y/x)\ /p(x))$
2. $I\ (X;Y) = \sum\sum p(x/y) \log\ (p(x/y)\ /p(x))$
3. $I\ (X;Y) = \sum\sum p(x,y) \log\ (p(y/x)\ /p(y))$
4. $I\ (X;Y) = \sum\sum p(y/x) \log\ (p(y)\ /p(y/x))$

Pregunta 4

Si $A \rightarrow B \rightarrow C$ tienen una relación markoviana, identificar la relación correcta:

1. $I\ (A;C/B) \geq I\ (A;C)$
2. $I\ (A;C/B) = 0$
3. $I\ (A,C;B) = I\ (A;B)$
4. $I\ (A;B,C) = I\ (A;C)$

Pregunta 5

Si $A \rightarrow B \rightarrow C$ tienen una relación markoviana, identificar la relación correcta:

1. $H\ (B/A) = H(C/B)$
2. $H\ (B/A,C) = H\ (B/A)$
3. $H\ (C/A,B) = H\ (A,B/C)$
4. $H\ (A/B,C) = H\ (A/B)$

Pregunta 6

Identificar la relación correcta:

1. $D(p\,||\,q) - D(q\,||\,p) = H(p)-H(q)$
2. $D(p\,||\,q) \leq D(p\,||\,r) + D(r\,||\,q)$
3. $D(p\,||\,q) \geq -\sum p(x) \log q(x)-\log|x|$
4. $D(p\,||\,q) = \sum p(x) \log\ (q(x)\ /p(x))$

Pregunta 7

Si $H(A,B) = 4.\ I(A;B)$ y si $H(A/B) = 2.H(B/A)$ identificar la relación correcta

1. $3.H(B) = 2\ .\ H(A)$
2. $H(A) = 2\ .\ I\ (A;B)$
3. $H(B) = I\ (A;B)$
4. $H(A) = 2\ .\ H(B)$

Pregunta 8

Las secuencias X^n muy largas de símbolos independientes e idénticamente distribuidos generados con una distribución p de entropía $H(p) < \log|X|$

1. son un conjunto de tamaño $2^{n.H(p)}$
2. son típicas con alta probabilidad
3. son todas equiprobables
4. pertenecen todas al conjunto de secuencias típicas

(Continúa)

II-11Continuación:

Pregunta 9

La probabilidad de una secuencia típica

1. es mayor que $2^{-nH(X)+\epsilon}$
2. es menor que $2^{-n(H(X)-\epsilon)}$
3. es mayor que $2^{-n(H(X)-\epsilon)}$
4. es menor que $2^{-nH(X)+\epsilon}$

Pregunta 10

En una secuencia markoviana homogénea donde $H(X) < \log |X|$

1. si la distribución estacionaria existe y es uniforme, mientras que la del primer símbolo no lo es, la entropía de símbolos aislados sucesivos se reduce.
2. si la distribución del primer símbolo es uniforme se mantiene estacionaria, y la entropía de símbolos aislados sucesivos se mantiene igual.
3. si la distribución del primer símbolo es uniforme, y si la distribución estacionaria existe y no lo es, la entropía de símbolos aislados sucesivos se reduce.
4. siempre hay una distribución estacionaria que se mantiene en símbolos sucesivos.

Pregunta 11

La tasa de entropía de una fuente markoviana con matriz de transición:

$$\Pi = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/4 & 1/4 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/4 & 1/4 & 1/2 \end{bmatrix}$$

1. vale 1 bit/símbolo
2. vale 3/4 bit/símbolo
3. vale 4/3 bit/símbolo
4. vale 3/2 bit/símbolo

Pregunta 12

La tasa de entropía es a la vez el límite del valor medio de la entropía por símbolo y el valor incremental del último

1. sólo en los procesos de Bernouilli
2. sólo en los procesos estocásticos
3. sólo en los procesos estacionarios
4. sólo en los procesos markovianos

Pregunta 13

Identificar si alguno de los siguientes códigos fuente no es unívocamente decodificable

1. {ab, aaa, aab, ba, bba, bbb}
2. {ab, aab, bab, abb, bba, bbb}
3. {ba, aaa, baa, abba, babb, bbaa}
4. {ab, abb, bbb, bba, aab, aaa}

Pregunta 14

Identificar cual de los siguientes conjuntos de longitudes corresponde a un código ternario, prefijo, y a la vez óptimo,

1. {1, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 4}
2. {1, 2, 2, 3, 3, 4}
3. {1, 1, 2, 3, 3, 4, 4}
4. {1, 1, 2, 2, 2, 3, 3 ,3}

(Continúa)

II-11 Continuación:

Pregunta 15

Dada un código fuente que codifica una v.a. X

1. si es de S-Fano-Elias se puede hacer óptimo recortando las palabras que no coinciden con otras en todos los sufijos
2. si es univocamente codificable se puede remplazar por otro instantáneo de igual longitud media
3. sólo es óptimo si esta diseñado con el método de Huffman
4. si es óptimo su longitud media es igual a la entropia de la variable aleatoria H(X).

Pregunta 16

La longitud media de un código fuente diseñado con el método

1. de Shanon coincide con H(X) y es un código óptimo si la distribución es diádica
2. de Fano-Elias está comprendida entre H(X) y H(X)+1 y es un código prefijo
3. de Shanon esta comprendida entre H(X) y H(X)+1 y es un código alfabético
4. de Huffman está comprendida entre H(X) y H(X) +1/2 y es un código óptimo

Pregunta 17

La capacidad del canal definido por la matriz de probabilidades $p(y/x) = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/4 & 0 & 1/4 \\ 0 & 1/4 & 1/2 & 1/4 \end{bmatrix}$

1. tiene una capacidad de1/4 de bit
2. tiene una capacidad de 3/2 de bit
3. tiene una capacidad de 1/2 de bit
4. tiene una capacidad de 1 de bit

Pregunta 18

En el receptor del teorema de Shanon se produce un error siempre que

1. dos de las secuencias enviables X^n sean conjuntamente típicas
2. la secuencia enviada X^n y la secuencia recibida Y^n sean conjuntamente típicas
3. la secuencia enviada X^n y la secuencia recibida Y^n no sean conjuntamente típicas
4. ningún par de secuencias enviables X^n sean conjuntamente típicas

Pregunta 19

El segundo teorema de Shanon nos permite asegurar que si se envía información con una tasa R a través de un canal con capacidad C,

1. si $R < C$ la probabilidad de error siempre es menor que un valor máximo
2. si $R < C$ la probabilidad de error se puede hacer igual a cero
3. si $R > C$ la probabilidad de error siempre es menor que un valor mínimo
4. si $R < C$ la probabilidad de error siempre es mayor que un valor mínimo

Pregunta 20

La capacidad del canal definido por la matriz de probabilidades $p(y/x) = \begin{bmatrix} 1-p & p & 0 \\ 0 & 1-p & p \\ 0 & p & 1-p \end{bmatrix}$

1. tiene una capacidad de log 3-H(p) bit
2. se obtiene con una p(x) uniforme
3. es de 3-H(p) por ser semisimétrico
4. tiene una capacidad < log 3-H(p) bit

Noviembre-01

II-12

Pregunta 1

Identificar cual de las siguientes relaciones siempre ES CIERTA.

1. $H(A,B,C) < H(A) + H(B) + H(C)$
2. $H(A,.B,C) \geq H(A) + H(B/A) + H(C/B)$
3. $H(A,B,C) = H(A/B) + H(B/C) + H(C/A)$
4. $H(A,B,C) \leq H(A,B) + H(B,C) - H(C)$

Pregunta 2

Si $H(x,y/z) = H(x,y)$ significa que

1. las variables x e y son condicionalmente independientes entre sí.
2. la entropía $H(x/y)$ coincide con $H(y/x)$.
3. z es independiente de cualquiera de las otras dos variables.
4. las tres variables tienen una dependencia markoviana.

Pregunta 3

La entropía relativa entre dos distribuciones de probabilidad

1. siempre es mayor que cero.
2. es una distancia no euclídea
3. es el incremento de entropía de una variable al cambiar de una a otra distribución
4. es igual a la información mutua entre dos variables con sendas distribuciones.

Pregunta 4

Si x es una variable aleatoria e $y = g(x)$, donde la función g ( ) es cóncava y monótonamente creciente, entonces

1. $H(Y) \geq g(H(X))$
2. $H(Y) = H(X)$
3. $H(Y) \leq g(H(X))$
4. $H(X) < H(Y)$

Pregunta 5

Sea la secuencia aleatoria binaria de 2000 dígitos de longitud, donde $p(1) = 0,9$. Si se definen secuencias típicas con un margen $\varepsilon = 0,01$ y considerando que $H(0,9) = 0,449$

1. la probabilidad de una secuencia típica ha se ser mayor de 2^{-878}
2. la probabilidad de una secuencia típica ha de ser menor de 2^{-918}
3. el tamaño del conjunto de secuencias típicas es mayor de 2^{878}
4. el tamaño del conjunto de secuencias típicas es menor de 2^{898}

Pregunta 6

Dadas A y B, tales que $H(A) = -2/3\ H(B)$, $H(A/B) = 1$ bit y $H(A) = 2\ I(A;B)$, con un simple diagrama de Venn se ve que:

1. la entropía condicionada de B dado A es de 2 bits.
2. la entropía conjunta de A y B es de 3 bits.
3. la información mutua entre A y B será de 2 bits.
4. la entropía condicionada de A dado B es de 2 bits.

Pregunta 7

Si $a \rightarrow b \rightarrow c$ es una relación markoviana, donde $H(a) = H(b) = H(c) = 3$ bits, y $H(a/b) = H(c/b) = 2$ bits, con un simple diagrama de Venn se ve que:

1. $I(a;c/b) = 1$ bit
2. $H(a,c/b) = 3$ bit
3. $I(a;b) + I(b;c) = 1$ bit
4. $H((b/a,c) = 1$ bit

(Continúa)

1-12 Continuación:

Pregunta 8

Identificar cual de las siguientes códigos es unívocamente decodificable

1. {1110, 101, 1100, 011, 001, 110}
2. {100, 110, 001, 1111, 011, 1100}
3. {110, 001, 011, 101, 1111, 1100}
4. {101, 1101, 011, 1111, 001, 110}

Pregunta 9

En la codificación de una fuente cuya distribución es conocida el código debe ser siempre UD (unívocamente decodificable), además de optimo en longitud media L. Si además exigimos reemplazar el código para que sea de decodificación instantánea,

1. podemos reducir L.
2. tiene que ser a costa de aumentar L.
3. siempre existe una solución de igual L.
4. es inmediato porque todos los códigos UD son instantáneos.

Pregunta 10

La tasa de la entropía de una fuente markoviana de primer orden , que genera 3 símbolos segúnn la siguiente matriz de transición:

$$\Pi=\begin{bmatrix}1/4 & 1/4 & 1/2\\ 1/2 & 0 & 1/2\\ 1/2 & 1/4 & 1/4\end{bmatrix}$$ Sugerencia: Excluir respuestas.

1. vale 1 bit/símbolo
2. vale 3/2 bits/símbolo
3. vale 7/5 bits/símbolo
4. vale 4/5 bits/símbolo

Pregunta 11

En una secuencia larga obtenida de una fuente estocástica, estacionaria markoviana, irreducible y aperiódica con memoria de primer orden

1. La entropía de un par de símbolos sucesivos siempre es menor que la entropía de cada un de los símbolos aislados.
2. La tasa de entropía siempre es inferior a la entropía de un símbolo aislado del tramo posterior de la secuencia.
3. la entropía de todos los símbolos es independiente de su oposición y de las probabilidades iniciales.
4. la entropía de un símbolo inicial siempre es menor que la entropía de un símbolo aislado posterior.

Pregunta 12

Todos los códigos prefijo

1. son códigos óptimos.
2. son unívocamente decodificables.
3. cumplen la inecuación de Kraft con la igualdad
4. son códigos de Huffman.

Pregunta 13

La longitud media de un código fuente esta comprendida entre H(x) y H(x)+1

1. sí y sólo si la distribución de probabilidad de la fuente es diádica.
2. si el código es subóptimo tipo Shanon.
3. si y sólo si el código es un código Huffman.
4. si el código es de tipo Shannon-Fano- Elías

(Continua)

II-12 Continuación:

Pregunta 14

La codificación Huffman

1. diseña un código sin palabras de igual longitud.
2. diseña el único código que es óptimo
3. garantiza que no haya palabras con igual prefijo.
4. garantiza que a los símbolos mas probables les corresponden las palabras mas cortas.

Pregunta 15

En los códigos fuente cumplen la inecuación de Kraft.

1. todos los códigos Lempel-Ziv
2. todos los códigos unívocamente decodificables.
3. sólo los códigos prefijo
4. todos los códigos singulares.
5. **Pregunta 16**

La longitud media de un código óptimo para una variable aleatoria discreta.

1. no siempre se puede hacer igual a la entropía.
2. es siempre mayor que la entropía.
3. es igual a la entropía de la variable aleatoria.
4. puede valer igual a la entropía más uno.

Pregunta 17

Si a través de un canal de capacidad C se envía información a una tasa R.

1. si $R < C$ se puede garantizar que no haya errores.
2. si $R = C$ se puede conseguir errores tan escasos como se desee.
3. si $R < C$ se pueden corregir todos lo errores pares
4. si $R > C$ seguro que hay errores

Pregunta 18

La capacidad de un canal binario simétrico.

1. decrece monótonamente con la probabilidad de error.
2. puede ser totalmente nula
3. es inversamente proporcional a la probabilidad de error
4. coincide con la entropía de la variable de entrada.

Pregunta 19

5. La capacidad del canal ($X \varepsilon \{1,2,3,4\}$ e $Y \varepsilon \{a,b,c,d\}$) definido por la matriz de probabilidades

$$p(y/x) = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/4 & 0 & 1/4 \\ 1/4 & 1/2 & 1/4 & 0 \\ 0 & 1/4 & 1/2 & 1/4 \\ 1/4 & 0 & 1/4 & 1/2 \end{bmatrix}$$

1. tiene una capacidad de 1 bit
2. tiene una capacidad de 3/2 bit
3. tiene una capacidad de 2 bit
4. tiene una capacidad de ½ bit

(Continúa)

I-12 Continuación:

Pregunta 20

La capacidad del canal (X ε{1,2,3,4} e Y ε{a,b,c}) definido por la matriz de probabilidades.

$$p(y/x) = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/3 & 1/6 \\ 1/2 & 1/6 & 1/3 \\ 1/6 & 1/3 & 1/2 \\ 1/6 & 1/2 & 1/3 \end{bmatrix}$$

Recuérdese que log 6 = log 2 + log 3)

1. Tiene una capacidad de 4/3 –1/2 log 3 bit
2. tiene una capacidad de log3 - 3/2 bit
3. tiene una capacidad de 1/log 3 bit
4. tiene una capacidad de ½ log 3 – 2/3 bit

Noviembre-02

II-13

Pregunta 1

Identificar la relación correcta:

1. I (A,B;C) ≤ I(B;C)
2. H (A,B/C) ≥ H(A) + H(B/A) – I(B;C)
3. H (A,B/C) ≥ H(A/C) + H(B/C)
4. H (A,B/C) ≥ H(C/A) + H(C/B)

Pregunta 2

Identificar la relación correcta:

1. I (X;Y) = ΣΣ p(x,y) log (p(y/x) /p(y))
2. I (X;Y) = ΣΣ p(y/x) log (p(y) /p(y/x))
3. I (X;Y) = ΣΣ p(x/y) log (p(x/y) /p(x))
4. I (X;Y) = ΣΣ p(x,y) log (p(y/x) /p(x))

Pregunta 3

Identificar cual de las siguientes relaciones delata la existencia de una relación markoviana:

1. H (Y/X,Z) = H (Y/X)
2. H (X/Y,Z) = H (X,Y/Z)
3. I (X;Y,Z) = I (X,Y)
4. I (X;Y,Z) = I (X,Y;Z)

Pregunta 4

Si H(A;B) = 5/2·I (A;B) y si H(A) = 2·H(B) identificar la relación correcta

1. H (A/B) = 3·H(B/A)
2. H (B) = I (A;B)
3. H (A/B) = I (A;B)
4. H (A/B) = 2·H(B/A)

Pregunta 5

la probabilidad de una secuencia típica de n símbolos independientes e idénticamente distribuidos con una distribución cuya función de incertidumbre es H(X), cuando, n es grande

1. es menor que $2^{-n}(H(X)^{+\varepsilon)}$
2. es menor que $2^{-n}(H(X)^{-\varepsilon)}$
3. es mayor que $2^{-n}(H(X)^{-\varepsilon)}$
4. es mayor que $2^{-n}(H(X)^{+\varepsilon})$

(Continúa)

II-13 Continuación:

Pregunta 6

Sea un lenguaje compuesto de un sola consonante, una vocal y un símbolo de espacio tal que: 1) una p palabra empieza siempre con la consonante, 2) a toda consonante le sigue la mitad de las veces otra consonante y la otra mitad de una vocal, y 3) a toda vocal le sigue la mitad de las veces otra vocal y la otra mitad el espacio entre palabras. Si se modela este lenguaje a través de las probabilidades de transición entre los estados: {espacio, consonante y vocal}, la matriz de transición sería.

1. $\Pi = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \end{bmatrix}$
2. $\Pi = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \end{bmatrix}$
3. $\Pi = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \end{bmatrix}$
4. $\Pi = \begin{bmatrix} 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \end{bmatrix}$

Pregunta 7

En este lenguaje la tasa de entropia por símbolo

1. vale 3/2 bit/símbolo
2. vale 4/5 bit/símbolo
3. vale 2/3 bit/símbolo
4. vale 1 bit/símbolo

Pregunta 8

Identificar cual de las siguientes conjuntos de longitudes corresponde a un código binario prefijo y óptimo,

1. {2, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4}
2. {2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4}
3. {2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4}
4. {2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4}

Pregunta 9

La longitud media de un código fuente

1. esta comprendida entre H(x) y H(x) + 1 si el código se ha diseñado con el método de Shanon-Fano.
2. esta comprendida entre H(x) y H(x) + 1 sólo si el código cumple la inecuación de Kraft.
3. es óptima si y sólo si el código es un código Huffman.
4. es óptima si y sólo si la distribución de probabilidad de la fuente es diádica.

Pregunta 10

El valor de C de capacidad de un canal es un umbral que nos indica que si intentamos enviar R bits por cada vez que se usa el canal y si

1. R > C es imposible que la probabilidad de error sea menor que un valor mínimo.
2. R < C es seguro que la probabilidad de error se pueda hacer igual a cero.
3. R < C es seguro que la probabilidad de error sea mayor que un valor mínimo.
4. R > C es imposible que la probabilidad de error sea mayor que un valor máximo.

(Continúa)

II-13 Continuación:

Pregunta 11

En un canal binario simétrico con un probabilidad de error de bit muy alta, es mejor usar:

1. una técnica híbrida tipo FEC y después ARQ.

[✓ 2.] ARQ de rechazo selectivo.

3. ARQ de parada y espera.
4. ARQ de rechazo simple.

Pregunta 12

Un código que tenga una distancia Hamming de 7 y un n de 255, ¿cuál es le número mínimo de bits de redundancia que necesita?

1. 22 bits
2. 20 bits
3. 2 octetos
4. 3 octetos

Pregunta 13

Si a una técnica ARQ concreta se le incluye un mecanismo de ventana deslizante con su tamaño de ventana k:

1. con el valor de k adecuado siempre mejora el caudal eficaz de dicha técnica ARQ.
2. el caudal eficaz siempre se reduce dividiéndose aproximadamente por k.
3. independientemente del tamaño de k, la ventana siempre reduce el caudal eficaz significativamente.
4. si se elige un valor adecuado de k no debe reducir sensiblemente el caudal eficaz de dicha técnica ARQ.

Pregunta 14

Para instrumentar el codificador de un código cíclico de n alto y distancia moderada, y buscando un diseño compacto, se puede elegir entre distintos codificadores. ¿Cuál eligiría?

1. un secuencial de (n-k) registros.
2. un secuencial de k registros.
3. un combinacional de la matriz generadora
4. un combinacional de la matriz H.

Pregunta 15

En un código cíclico, el polinomio generador:

1. es el polinomio código de menor peso.
2. es el polinomio código de mayor grado
3. es el polinomio código de menor número de unos
4. es el polinomio código de menor grado

Pregunta 16

Dada la matriz generadora de un código lineal G $\begin{pmatrix} 1\,0\,1\,0\,1 \\ 0\,1\,0\,1\,1 \end{pmatrix}$ genera un código que:

1. es capaz de corregir todos los errores de 1 bit y 2 vectores de error de 2 bits
2. no tiene capacidad correctora
3. corrige todos los vectores de error de 1 y de 2 bits
4. sólo es capaz de corregir los vectores de error de 1 bit.

Pregunta 17

Dada una matriz de comprobación de paridad H $\begin{pmatrix} 1\,0\,1\,1\,1\,0\,0 \\ 1\,1\,1\,0\,0\,1\,0 \\ 0\,1\,1\,1\,0\,0\,1 \end{pmatrix}$ y se recibe el vector (1 1 0 0 1 1 1 1)

1. el vector transmitido más probable es (1 1 0 1 1 1 1)
2. el vector transmitido más probable es (1 1 0 1 1 1 0)
3. el vector transmitido más probable es (0 1 0 1 1 1 1)
4. el vector transmitido más probable es (1 1 1 1 1 1 1)

(Continúa)

II-13 Continuación:

Pregunta 18

El siguiente polinomio generador $g(x) = 1 + x^2 + x^3 + x^4$ genera un código cíclico.

1. C (15, 12)
2. C (8, 3)
3. C (7, 3)
4. C (15, 1)

Pregunta 19

la distancia y los bits de redundancia tiene la siguiente relación

1. $d \geq n - k + 1$
2. $d \geq n - k + 2$
3. $d \leq n - k + 1$
4. $d \leq n - k$

Pregunta 20

Recordando que el síndrome $s(x)$ es el resto de la palabra recibida $r(x)$ módulo el polinomio generador $g(x)$ y que $v^{(1)}(x)$ es la rotación cíclica de $v(x)$, el decodificador de Meggit o decodificador secuencial de los códigos cíclicos se basa esencialmente en la propiedad de que

1. el resto $r^{(1)}(x)$ de $x \cdot r(x)$ módulo $1 + x^n$ coincide con el síndrome de $s^{(1)}(x)$.
2. el resto $s^{(1)}(x)$ de $x \cdot s(x)$ módulo $g(x)$ coincide con el síndrome de $r^{(1)}(x)$.
3. el resto $s^{(1)}(x)$ de $x \cdot s(x)$ módulo $1 + x^n$ coincide con el síndrome de $r^{(1)}(x)$.
4. el resto $r^{(1)}(x)$ de $x \cdot r(x)$ módulo $g(x)$ coincide con el síndrome de $s^{(1)}(x)$.

Septiembre-03

II-14

Pregunta 1

Dadas dos variables A y B de las que se conoce tan solo que el cardinal de A es el doble del de B, sabemos que:

1. La incertidumbre de A es del orden del doble de la de B.
2. La incertidumbre de B todavía puede superar a la de A.
3. La incertidumbre de A dado B, es del orden de un bit.
4. La incertidumbre de A es del orden de un bit más que la de B.

Pregunta 2

Entre las tres variables X, Y, y Z, sabemos que $I(X;Y/Z) = 0$, por tanto

1. las variables X y Z son relativamente independientes entre sí.
2. la información mutua entre X y Z coincide con la que hay entre X e Y
3. las variables X y Z son independientes de la variable Y.
4. las tres variables tienen una dependencia markoviana.

Pregunta 3

Con una lógica de diagramas de Venn, y si $a \rightarrow b \rightarrow c$ es una relación markoviana, donde $H(a) = H(b) = H(c) = 2$, $H(a/b) = 2$ y $H(c/b) = 1$ bit, identificar si:

1. $I(a;c/b) = \frac{1}{2}$ bit
2. $H(c/a,b) = 0$
3. $H(b,c/a) = 1$ bit
4. $H(a,b,c) = 3/2$ bit

Pregunta 4

¿Cuál de los siguientes códigos es unívocamente decodificable?

1. {00,11,001,101,011,110}
2. {110,011,100,001,0111}
3. {0,10,101,110,111}
4. {2,1,02,01,022,021,020}

(Continúa)

II-14 Continuación:

Pregunta 5

Es FALSO que en un código Huffmann diseñado para una fuente definida,

1. a símbolos no equiprobables les puede corresponder palabras de igual longitud, y a símbolos equiprobables les puede corresponder palabras de longitud distinta
2. si el alfabeto es binario hay dos o más palabras de longitud máxima.
3. a símbolos equiprobales les corresponden palabras de igual longitud.
4. a símbolos equiprobables pueden corresponder palabras de longitudes distintas.

Pregunta 6

En un código fuente de una fuente discreta de probabilidades conocidas:

1. Si es un código óptimo, su longitud media es menor que la de algún otro código Hufmann de la misma fuente.
2. Si el código es instantáneo, su longitud media puede ser tan buena como la de cualquier código unívocamente decodificable.
3. Si se cumple la desigualdad de Kraft es un código óptimo.

Pregunta 7

El codificador de Lempel-Ziv se diferencia de uno de Huffman en que:

1.Solo es asintóticamente óptimo si la fuente no tiene memoria.

2.Es asintóticamente óptimo, aunque el autómata tenga la memoria limitada.

3.No permite tener longitudes medias menores que el código Huffman diseñado con las probabilidades de primer orden de la fuente.

4.No necesita conocer a priori la distribución de probabilidades de la fuente, que puede ser una fuente con memoria.

Pregunta 8 En un canal discreto débilmente simétrico (X,p(y|x),Y) con capacidad C,

1. $C \leq \log |Y|$ y $C \geq \log |X|$
2. C es máximo cuando la distribución de Y es función lineal de la de X.
3. Las filas de la matriz de transición suman lo mismo que las columnas.
4. C es máximo cuando la distribución de Y es uniforme.

Pregunta 9

Sea el cana (X,p(y|x),Y) de capacidad C_1 y el canal (Y,p(z|y),Z) de capacidad C_2. Se considera calcular la capacidad del canal resultante de concatenar ambos (X,p(z|x),Z) con capacidad C_T. ¿Cuál de las siguientes sentencias es cierta?

1.$C_T = C_1 * C_2$

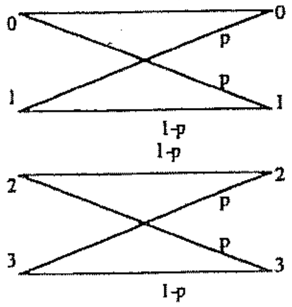
2.$C_T = C_1 + C_2$

3.$C_T \leq \max (C_1, C_2)$

4.$C_T \leq \min (C_1, C_2)$

Pregunta 10

El siguiente canal se compone de 2 canales BSC (aquél cuya capacidad C = 1-H(p)) paralelos.



La capacidad del canal es:

1. $C = 2(1-H(p))$
2. $C = 1-2H(p) + (H(p))^2$
3. $C = 2-H(p)$
4. $C = 1-H(p)$

(Continúa)

II-14 Continuación:

Pregunta 11

En un código cíclico sistemático a la palabra de información 1000 ... 000 (todo ceros con un 1 en la primera posición), le corresponde una palabra codificada que:

1.Es siempre de peso mínimo y algunas veces es la única de peso mínimo.
2.Es siempre de grado mínimo y el resto de grado mínimo son desplazamientos circulares de ella.
3.Es siempre de peso mínimo y es la única de peso mínimo.
[✓ 4.]Es siempre de grado mínimo y en algunos casos también es de peso mínimo.

Pregunta 12

Las distintas combinaciones de productos de los factores de un polinomio $1 + x^n$

1. no pueden generar en ningún caso un código cíclico de longitud superior a n
2. generan todos códigos cíclicos de longitud n de iguales propiedades detectoras y correctoras
[✓ 3.] generan todos códigos cíclicos de longitud n
4. ninguna de las otras respuestas es cierta.

Pregunta 13

En un código BCH (15,5) con polinomio generador $g(x) = 1 + x + x^2 + x^4 + x^5 + x^8 + x^{10}$, la palabra código en forma sistemática correspondiente a (1 0 1 0 1) es

1. (110000100110101)
2. (111010100110101)
3. (111000100110100)
[✓ 4.] (111000100110101)

Pregunta 14

Cualquier subespacio vectorial de un espacio vectorial de variable binaria, es

1.ninguna de las otras respuestas es válida.
2.Un código lineal sistemático.
[✓ 3.]Un código lineal.
4.Un código cíclico.

Pregunta 15

Un código cíclico C(15,7) con $g(x) = 1+x^4+x^6+x^7+x^8$ y distancia mínima 5:

1.Tiene al menos 15 errores indetectables de peso 5.
[✓ 2.]Detecta todos los errores de grado 8.
3.Detecta todos los errores de peso 5.
4.Detecta todos los errores de peso impar.

Pregunta 16

Un código cíclico de dimensiones C(15,7) y distancia mínima 5:

1.No puede tener binomios cómo palabras código pero si trinomios.
2.No puede tener palabras código de grado 14.
[✓ 3.]Tiene una sola palabras código de grado 8.
4.Puede tener una o más palabras código de peso 4.

Pregunta 17

La complejidad de los circuitos decodificadores de los códigos cíclicos C(n,k) cuando k es grande,

1. es más rápida que para los códigos lineales que no son cíclicos de igual n y k
[✓ 2.] de tipo Megitt solo permiten corregir errores simples
3. es más reducida que para los códigos lineales que no son cíclicos de igual n y k
4. se reduce cuando el receptor se limita a corregir errores, y no detecta.

(Continúa)

II-14 Continuación:

Pregunta 18

El protocolo ARQ de retransmisión

1. con rechazo simple (retroactivo a Go-back-n) con ventana 2 son mucho más eficaces que el de parada y espera

[✓ 2.] con rechazo simple (retroactivo a Go-back-n) ha de tener un rango de números de secuencia (tamaño de ventana) en proporción al tiempo de asentimiento

3. de parada y espera siempre necesita llevar numeradas las tramas con un rango de números de secuencia (tamaño de ventana) proporcional al tiempo de asentamiento
4. con parada y espera necesita tanta complejidad (circuito, programas o memoria) en el emisor y en el receptor como los de rechazo simple o retroactivo.

Pregunta 19

Dependiendo del tipo de canal, ¿qué tipo de técnica cree usted que es más aconsejable?

1. Una técnica de rechazo selectivo que siempre es mas simple y eficaz.
2. Una técnica ARQ de parada y espera si el retardo es elevado
3. Una técnica de rechazo simple (retroactivo) si el retardo es despreciable.

[✓ 4.] Una técnica FEC si el canal no tiene retorno.

Pregunta 20

En el caso de utilización de técnicas de ventana deslizante para un sistema ARQ, si la numeración de la secuencia utiliza L bits:

1.Para rechazo simple (retroactivo), el tamaño del buffer de memoria del receptor ha de ser tan grande como el del transmisor.

2.Para el caso de parada y espera el tamaño del buffer del receptor ha de ser menos de 2^L-1.

[✓ 3.] Para rechazo selectivo, los tamaños del buffer del transmisor y del receptor no son independientes.

4.Para rechazo selectivo, el receptor sólo necesita capacidad para almacenar una trama.

Febrero-02

II-15

Pregunta 1

Identificar la relación correcta:

1. $I(A,B;C) \leq I(B;C)$
2. $H(A,B/C) \geq H(A) + H(B/A) - I(B;C)$
3. $H(A,B/C) \geq H(A/C) + H(B/C)$
4. $H(A,B/C) \geq H(C/A) + H(C/B)$

Pregunta 2

Identificar la relación correcta:

1. $I(X;Y) = \sum\sum p(x,y) \log (p(y/x)/p(y))$
2. $I(X;Y) = \sum\sum p(y,x) \log (p(y)/p(y/x))$
3. $I(X;Y) = \sum\sum p(x/y) \log (p(x/y)/p(x))$
4. $I(X;Y) = \sum\sum p(x,y) \log (p(y/x)/p(x))$

Pregunta 3

Identificar cual de las siguientes relaciones delata la existencia de una relación markoviana.

1. $H(Y/X,Z) = H(Y/X)$
2. $H(X/Y,Z) = H(X,Y/Z)$
3. $I(X;Y,Z) = I(X,Y)$
4. $I(X;Y,Z) = I(X,Y;Z)$

(Continúa)

II-15 Continuación:

Pregunta 4

Si H(A,B) = 5/2·I(A;B) y si H(A) = 2·H(B) identificar la relación correcta.

1. H(A/B) = 3·H(B/A)
2. H(B) = I(A;B)
3. H(A/B) = I(A;B)
4. H(A/B) = 2·H(B/A)

Pregunta 5

La probabilidad de una secuencia típica de n símbolos independientes e idénticamente distribuidos con una distribución cuya función de incertidumbre es H(X), cuando n es grande.

1. Es menor que $2^{-n(H(X)+\varepsilon)}$.
2. Es menor que $2^{-n(H(X)-\varepsilon)}$.
3. Es mayor que $2^{-n(H(X)-\varepsilon)}$.
4. Es mayor que $2^{-n(H(X)+\varepsilon)}$.

Pregunta 6

Sea un lenguaje compuesto de una sola constante, una vocal y un símbolo de espacio tal que: 1) una palabra empieza siempre con la consonante,. 2) a toda consonante le sigue la mitad de las veces otra consonante y la otra mitad una vocal, y 3) a toda vocal le sigue la mitad de las veces otra vocal y la otra mitad el espacio entre palabras. Si se modela esta lenguaje a través de las probabilidades de transición entre los estados: {espacio, consonante y vocal}, la matriz de transición seria

1. $\Pi = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \end{bmatrix}$
2. $\Pi = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \end{bmatrix}$
3. $\Pi = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \end{bmatrix}$
4. $\Pi = \begin{bmatrix} 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \end{bmatrix}$

Pregunta 7

En este lenguaje la tasa de entropía por símbolo

1. vale 3/2 bit/símbolo
2. vale 4/5 bit/símbolo
3. vale 2/3 bit/símbolo
4. vale 1 bit/símbolo

Pregunta 8

Identificar cual de los siguientes conjuntos de longitudes corresponde a un código binario prefijo y óptimo,

1. {2, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4}
2. {2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4}
3. {2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4}
4. {2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4}

(Continúa)

II-15 Continuación:

Pregunta 9

La longitud media de un código fuente

1. está comprendida entre H(x) y H(x)+1 si el código se ha diseñado con el método de Shanon-Fano.
2. está comprendida entre H(x) y H(x)+1 sólo si el código cumple la inecuación de Kraft.
3. es óptima si y sólo si el código es un código Huffman.
4. es óptima si y sólo si la distribución de probabilidad de la fuente es diádica

Pregunta 10

El valor C de capacidad de un canal es un umbral que nos indica que si intentamos enviar R bits por cada vez que se usa el canal y si

1. R > C es imposible que la probabilidad de error sea menor que un valor mínimo.
2. R < C es seguro que la probabilidad de error se pueda hacer igual a cero.
3. R < C es seguro que la probabilidad de error sea mayor que un valor mínimo.
4. R < C es imposible que la probabilidad de error sea mayor que un valor máximo.

Pregunta 11

En un canal binario simétrico con una probabilidad de error de bit muy alta, es mejor usar:

1. Una técnica hibrida tipo FEC y después ARQ.
2. ARQ de rechazo selectivo.
3. ARQ de parada y espera.
4. ARQ de rechazo simple.

Pregunta 12

Un código que tenga una distancia Hamming de 7 y un n de 255, ¿cuál es el número mínimo de bits de redundancia que necesita?

1. 22 bits
2. 20 bits
3. 2 octetos
4. 3 octetos

Pregunta 13

Si a una técnica ARQ concreta se le incluye un mecanismo de ventana deslizante con un tamaño de ventana k:

1. Con el valor de k adecuado siempre mejora el caudal eficaz de dicha técnica ARQ.
2. El caudal eficaz siempre se reduce dividiéndose aproximadamente por k.
3. Independientemente del tamaño de k, la ventana siempre reduce el caudal eficaz significativamente.
4. Si se elige un valor adecuado de k no debe reducir sensiblemente el caudal eficaz de dicha técnica ARQ.

Pregunta 14

Para un instrumentar el codificador de un código cíclico de n alto y distancia moderada, y buscando un diseño compacto, se puede elegir entre distintos codificadores. ¿Cuál elegiría?

1. Un secuencial de (n-k) registros.
2. Un secuencial de k registros.
3. Un combinacional de la matriz generadora.
4. Un combinacional de la matriz H.

Pregunta 15

En un códigó cíclico, el polinomio generador:

1. Es el polinomio código de menor peso.
2. Es el polinomio código de mayor grado.
3. Es el polinomio código de menor número de unos.
4. Es el polinomio código de menor grado.

(Continúa)

II-15 Continuación:

Pregunta 16

Dada la matriz generadora de un código lineal $G\begin{pmatrix}1\,0\,1\,0\,1\\0\,1\,0\,1\,1\end{pmatrix}$ genera un código que:

1. Es capaz de corregir todos los errores de 1 bit y 2 vectores de error de 2 bits.
2. No tiene capacidad correctora.
3. Corrige todos los vectores de error de 1 y 2 bits.
4. Sólo es capaz de corregir los vectores de error de 1 bit

Pregunta 17

Dada una matriz de comprobación de paridad $H\begin{pmatrix}1\,0\,1\,1\,1\,0\,0\\1\,1\,1\,0\,0\,1\,0\\0\,1\,1\,1\,0\,0\,1\end{pmatrix}$ y se recibe el vector (1 1 0 1 1 1 1).

1. El vector transmitido más probables es (1 1 0 1 1 1 1).
2. El vector transmitido más probables es (1 1 0 1 1 1 0).
3. El vector transmitido más probables es (0 1 0 1 1 1 1).
4. El vector transmitido más probables es (1 1 1 1 1 1 1).

Pregunta 18

El siguiente polinomio generador $g(x) = 1 + x^2 + x^3 + x^4$ genera un código cíclico

1. C (15, 12)
2. C (8, 3)
3. C (7, 3)
4. C (15, 11)

Pregunta 19

La distancia y los bits de redundancia tienen la siguiente relación

1. $d \geq n - k + 1$
2. $d = n - k + 2$
3. $d \leq n - k + 1$
4. $d \leq n - k$

Pregunta 20

Recordando que el síndrome s(x) es el resto de la palabra recibida r(x) módulo el polinomio generador g (x), y que $v^{(1)}(x)$ es la rotación cíclica de v(x), el decodificador de Meggit o decodificador secuencial de los códigos cíclicos se basa esencialmente en la propiedad de que

1. el resto $r^{(1)}(x)$ de $x \cdot r(x)$ módulo $1 + x^n$ coincide con el síndrome de $s^{(1)}(x)$.
2. el resto $s^{(1)}(x)$ de $x \cdot s(x)$ módulo g(x) coincide con el síndrome de $r^{(1)}(x)$.
3. el resto $s^{(1)}(x)$ de $x \cdot s(x)$ módulo $1 + x^n$ coincide con el síndrome de $r^{(1)}(x)$.
4. el resto $r^{(1)}(x)$ de $x \cdot r(x)$ módulo g(x) coincide con el síndrome de $s^{(1)}(x)$.

Septiembre-03

II-16

Pregunta 1

Identificar la relación FALSA

1. $I(x; y/z) = H(x, z) - H(x/y, z) - H(z)$
2. $I(x; y,z) = D(p(x, y, z) \| p(x, y).p(z))$
3. $I(x; y/z) = H(x, z) + H(y, z) - H(x, y, z) + H(z))$
4. $I(x; y,z) = H(y) + H(z/y) - H(y, z/x)$

(Continúa)

II-16 Continuación:

Pregunta 2

Si tres variables a ↔b ↔ c tienen una relación markoviana, donde: $H(a) = H(b) = H(c) = 2\cdot H(a/b) = 2\cdot H(c/b)$

Con ayuda de un diagrama de Venn se puede identificar cual de las siguientes relaciones es FALSA:

1. $I(a; b) = I(b; c)$
2. $H(a, c) = H(a) + H(c/b)$
3. $I(a; b) + I(b; c) = H(a)$
4. $H(b/a, c) = I(a; c)$

Pregunta 3

Identificar cual de los siguientes conjuntos de longitudes PUEDE corresponder al tipo de código,

1. {1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3} -ternario, y prefijo.
2. {1, 2, 3, 4, 4, 5} -binario, prefijo, y óptimo.
3. {1, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 4} -ternario, y unívocamente decodificable.
4. {1, 2, 2, 3, 4, 5, 6} -binario y unívocamente decodificable.

Pregunta 4

Es CIERTO que si se codifica una fuente discreta de 16 símbolos con un código Huffman de alfabeto

1. ternario, todas las agrupaciones de probabilidad no nula se harán de tres en tres.
2. binario, se obtiene el único código óptimo posible.
3. binario, todas las palabras tendrán menos de 5 símbolos.
4. cuarternario, habrá al menos cuatro palabras de longitud máxima.

Pregunta 5

Es CIERTO que la desigualdad de FANO

1. relaciona la capacidad de un canal con un límite inferior de su probabilidad de error.
2. nos permite acotar la longitud media de un código tanto en el caso de que la fuente sea markoviana como en el que no.
3. cuantifica un límite inferior de la probabilidad de error a la salida de un receptor, en función de la entropía condicionada de la entrada dada la salida.
4. demuestra que la entropía de la entrada dada la salida, en un canal con capacidad limitada tiene un límite inferior que es función de la probabilidad de error.

Pregunta 6

La probabilidad de una secuencia tipica

1. es mayor o igual que $2^{-nH(X)+\varepsilon}$.
2. es menor no igual que $2^{-n(H(X)-\varepsilon)}$.
3. es mayor o igual que $2^{-n(H(X)-\varepsilon)}$.
4. es menor o igual que $2^{-nH(X)+\varepsilon}$.

Pregunta 7

La tasa de entropía de una fuente markoviana de primer orden, que genera secuencias de símbolos según la siguiente matriz de transición $\Pi = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/4 & 1/2 & 1/4 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$ es cierto que

1. es de 3/2 de bit.
2. vale 5/4 bits.
3. es de 1 bit.
4. es menor de 1 bit.

Pregunta 8

Identificar sí alguno de los siguientes códigos fuente NO ES unívocamente decodificable

1. {00, 001, 101, 011, 110, 111}
2. {01, 10, 000, 001, 110, 111}
3. {01, 011, 111, 110, 001, 000}
4. {10, 000, 100, 0111, 1011, 1101}

(Continúa)

II-16 Continuación:

Pregunta 9

La capacidad de un canal con matriz de probabilidades de transición de: $P=\begin{bmatrix} p/2 & 1/2 & (1-p)/2 & 0 \\ (1-p)/2 & 0 & p/2 & 1/2 \end{bmatrix}$

1. es de 1-1/2·H(p)
2. es de 1-H(p)
3. es de 1-2·H(p)
4. es de 2-2·H(p)

Pregunta 10

La demostración del 2° Teorema de Shannon (de la capacidad de un canal) estudiada, está basada en el argumento de que el conjunto de palabras código se compone de palabras muy largas generadas aleatoriamente,

1. y que R<C la probabilidad de la secuencia de entrada y la de la secuencia de salida son del mismo orden de magnitud.
2. y que si R>C la probabilidad de que dos palabras código sean conjuntamente típicas esta acotada inferiormente.
3. si R < C el número de secuencias típicas de entrada es mucho menor que el de secuencias típicas de salida.
4. y que si R<C la probabilidad de que la secuencia de salida y cualquiera de las falsas palabras código sean conjuntamente típicas, se puede hacer tan pequeña como se desee.

Pregunta 11

Si comparamos el código cíclico generado por una matriz G en forma sistemática con el mismo código pero generado por la matriz G en forma directa (desplazamientos cíclicos del polinomio generador),

1. sus propiedades detectoras y correctoras son distintas.
2. el conjunto de palabras código y el de las que no lo son, es distinto según sea o no sistemático.
3. los síndromes asociados a cada cogrupo de la matriz estándar son los mismos en ambos casos.
4. la propiedades detectoras de ráfagas mejoran.

Pregunta 12

Sea un código C(15,5) con distancia mínima 7. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es VERDADERA?

1. Ningún patrón de error de peso 4 puede se líder de cogrupo.
2. Sólo es capaz de corregir 576 patrones de error.
3. Puede corregir algunos patrones de error de peso 4 o mayor.
4. Caben como líderes de cogrupo todos los patrones de error de peso 4.

Pregunta 13

El polinomio $g(x) = 1 + x^2 + x^3 + x^4$ genera un código

1. C (7, 4)
2. C (15, 11)
3. C (7, 3)
4. C(15, 12)

Pregunta 14

Si $g(x) = 1 + x^3 + x^{10}$ genera un código cíclico C(n,k), el polinomio generador $g'(x) = g(x)*(1+x)$

1. genera un código cíclico C (n+1,k).
2. genera un código cíclico C (n, k-1).
3. genera un código cíclico C (n-1,k).
4. genera un código cíclico C (n, k+1).

(Continúa)

II-16 Continuación:

Pregunta 15

Para diseñar el circuito codificador de un código cíclico de n alto y distancia moderada, y buscando un diseño compacto (mínimo número de puertas y/o biestables), se puede elegir entre distintos codificadores. ¿Cuál elegiría?

1. Un circuito combinacional del producto del vector fuente por la matriz generadora.
2. Un circuito secuencial de (n-k) registros.
3. Un combinacional del producto del vector fuente por la matriz de paridad.
4. Un secuencial de k registros.

Pregunta 16

Las técnicas FEC en comparación con las técnicas ARQ de un mismo código y mismo canal,

1. tienen un caudal eficaz variable.
2. tienen un retardo de tránsito constante.
3. tienen mejor fiabilidad.
4. tienen peor caudal eficaz.

Pregunta 17

En un sistema ARQ de Envío Continuo y Rechazo Selectivo,

1. la probabilidad de retransmisión depende del cociente entre el tiempo de asentimiento y el tiempo de transmisión de un bloque.
2. el rendimiento puede llegar a ser mejor que el de un sistema FEC con el mismo canal y código.
3. es más adecuado que los otros cuando el tiempo de asentimiento es mucho menor que el tiempo de transmisión de un bloque, y se quiere un esquema simple.
4. el rendimiento puede llegar a ser similar al ARQ de Parada y Espera si el tiempo de asentimiento es mucho menor que el tiempo de transmisión de un bloque.

Pregunta 18

Si usamos una técnica ARQ de Envío Continuo y Rechazo Simple en un enlace que tiene un tiempo de asentimiento de 20 milisegundos, un régimen binario de 1 Mbps y una longitud de trama de 10.000 bits. ¿Cuál debe ser el número de bits mínimos necesarios para representar cada uno de los números de secuencia de un mecanismo de ventana deslizante, para que el rendimiento no sea mucho menor que el del esquema teórico de ventana limitada?

1. Son imprescindibles cuatro bits.
2. Dos bits son suficientes.
3. Un bit alternante es suficiente.
4. Son imprescindibles tres bits.

Pregunta 19

En las tramas de un protocolo, tanto el campo de datos como la cabecera se protegen con un CRC (código detector cíclico) de 16 bits de redundancia y distancia 4. A su vez, el campo de cabecera mencionado se compone de 15 bits, de los cuales 7 bits son los esenciales de la cabecera, y los 8 restantes son redundantes de los otros 7 con un código corrector de distancia 5. El receptor corrige en primer lugar los errores de la cabecera, y la cabecera resultante y corregida, el campo de datos y la redundancia CRC pasan al detector.

ES FALSO QUE en estas circunstancias si la trama de error tiene:

1. Dos errores en la cabecera se detectarán y se pedirá retransmisión.
2. Una ráfaga de 16 bits en el campo de datos se detectará siempre y se pedirá retransmisión.
3. Tres errores en la cabecera, la corrección será errónea pero podría ser detectada a continuación y reclamada una retransmisión.
4. Tres errores en el campo de datos se detectarán siempre y se pedirá retransmisión.

(Continúa)

II-16 Continuación:

Pregunta 20

Con el mismo escenario anterior, ES CIERTO QUE si la trama de error tiene:

1. Dos o menos errores en la cabecera y en el resto cuatro, los errores siempre se detectan
2. Tres bits erróneos en la cabecera y uno en el campo de datos, siempre se detectarán
3. Dos bits erróneos siempre se corregirán
4. Tres o menos bits erróneos, los errores siempre se detectan

Febrero-04

II-17

Pregunta 1

La incertidumbre de una variable con cinco alternativas de las que más frecuente sucede la mitad de las veces

1. puede estar entre 1 ½ y $\log_2 5$ bits.
2. puede estar entre ½ y 1 ½ bits.
3. puede estar entre 0 y $\log_2 5$ bits.
4. puede estar entre 1 y 2 bits.

Pregunta 2

¿Cuál de las siguientes relaciones NO ES siempre CIERTA?

1. $H(A,B,C) \leq H(C) + H(B/C) + H(A/B)$
2. $H(A,B,C) \leq H(A) + H(C) - I(A;C) - I(B;C)$
3. $H(A,B,C) = H(A/B) + H(B/C) + H(C)$
4. $H(A,B,C) \leq H(A,B) + H(B,C) - H(B)$

Pregunta 3

Identificar la relación correcta:

1. $I(X;Y) = \sum\sum p(x/y) \log(p(y)/p(y/x))$
2. $I(X;Y) = \sum\sum p(x,y) \log(p(x/y)/p(x))$
3. $I(X;Y) = \sum\sum p(x/y) \log(p(x/y)/p(x))$
4. $I(X;Y) = \sum\sum p(x,y) \log(p(y/x)/p(y))$

Pregunta 4

Dadas las tres variables aleatorias A, B, C de las que sabemos que $I(A;C/B) = 0$ es CIERTO que

1. las variables A y B son estadísticamente independiente.
2. las variables A y C son independientes de la variable B.
3. las tres variables tienen una dependencia markoviana.
4. dada la variables B, la incertidumbre conjunta de las variables A y B es nula.

Pregunta 5

Sea $X_1, X_2,...X_n$ variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas. Sea $A_\epsilon^{(n)}$ el conjunto típico definido sobre dichas secuencias. ¿Qué sentencia es siempre es CIERTA?

1. La secuencia más probable pertenece a $A_\epsilon^{(n)}$.
2. Una secuencia se identifica como típica si su probabilidad está debidamente acotada
3. La probabilidad de una secuencia típica tiende a un valor fijo según crece n
4. Todas las secuencias son equiprobables

Pregunta 6

En los códigos fuentes:

1. Sólo los código prefijo cumplen la desigualdad de Kraft.
2. Todo código no singular cumple la desigualdad de Kraft.
3. Los códigos no singulares no cumplen la desigualdad de Kraft.
4. Todo código unívocamente decodificable cumple la desigualdad de Kraft.

(Continúa)

Pregunta 7 Continuación:

El codificador LempeL-Ziv se diferencia de uno de Huffman en que:

1. Tanto con fuentes estacionarias como no estacionarias, en el límite la longitud media es igual a la entropía.
2. No necesita conocer la distribución de una fuente estacionaria para conseguir que la longitud media tienda a la entropía.
3. En el límite, conduce para cualquier tipo de fuente a la entropía y uno de Huffman no.
4. Permite obtener SIEMPRE longitudes menores que un código Huffman.

Pregunta 8

Identificar la sentencia que siempre es cierta:

1. En un proceso de Markov irreducible y aperiódico, la distribución de probabilidades converge.
2. Para que exista la tasa de entropía en un proceso estacionario, ha de ser irreducible y aperiódico.
3. En un proceso de Markov periódico, no se puede calcular la distribución estacionaria porque no existe el límite de las probabilidades de transición entre estados separados arbitrariamente.
4. Independientemente de las distribuciones iniciales, en un proceso estocástico la distancia entre distribuciones sucesivas se reduce.

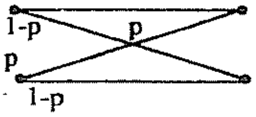
Pregunta 9

La capacidad C de un canal discreto y sin memoria

1. es una tasa a la que se puede enviar señales con probabilidad de error nula.
2. coincide con la diferencia entre la incertidumbre de los símbolos a la entrada sin condicionar y condicionados con la salida, para una determinada distribución.
3. es siempre menor que la incertidumbre de los símbolos a la entrada condicionados con la salida.
4. es un límite que impide absolutamente enviar señales a tasas más elevadas.

Pregunta 10

En un canal definido por el siguiente grafo:



1. La capacidad C = 1-H(p)
2. Es un canal débilmente simétrico.
3. La capacidad C es nula.
4. La capacidad se maximiza para una distribución uniforme a la entrada.

Pregunta 11

Si en lugar de utilizar el conjunto de palabras código de un código lineal con una distancia mínima d_{min}, utilizamos como código el conjunto de palabras de uno de sus cogrupos (otra fila de la tabla estándar), entonces

1. la distancia mínima de ese conjunto de palabras es el menor peso de sus palabras.
2. la distancia mínima de ese conjunto de palabras es la misma que la del código original.
3. el conjunto de palabras puede ser un código lineal, dependiendo del cogrupo que se elija.
4. el conjunto de palabras es siempre un código lineal.

Pregunta 12

Dada una matriz generadora G de un código lineal,

1. un intercambio de columnas en dicha matriz no modifica el conjunto de palabras código.
2. un intercambio de filas en dicha matriz no modifica el conjunto de palabras código pero modifica la correspondencia entre mensajes y palabras código
3. si eliminamos algunas columnas de dicha matriz podemos generar un código con las mismas dimensiones y mayor distancia mínima.
4. un intercambio de filas en dicha matriz modifica el conjunto de palabras código.

Pregunta 13

Si a la salida de un canal, recibo un vector r, entonces se cumple que

1. su síndrome es siempre el mismo que el síndrome del vector $\overline{V}$ enviado desde el codificador.
2. su síndrome es siempre cero si r es un lider de cogrupo.
3. su síndrome es siempre el mismo que el síndrome del error introducido por el canal.
4. su síndrome es siempre distinto de cero cuando el canal ha introducido errores.

(Continúa)

II-17 Continuación:

Pregunta 14

Dado un código lineal C(n,k) y su decodificación mediante tabla estándar (o matriz típica),

1. sólo la puedo utilizar para corregir, no para detectar errores.
2. puedo corregir los errores cuyos pesos sean menor o igual a los pesos de los líderes de cogrupo.
3. siempre se corrige adecuadamente cuando el error del canal coincide con uno de los líderes de cogrupo.
4. siempre se corrige adecuadamente si el error del canal coincide con las palabras transmitidas.

Pregunta 15

Utilizamos un código cíclico con capacidad de correción de errores de hasta peso 2 y lo decodificamos utilizando el decodificador de Meggit,

1. el circuito corrector debe poder identificar $n+\binom{n}{2}$ síndromes.
2. el circuito corrector es una puerta AND en el que algunas entradas pueden estar negadas.
3. el circuito corrector debe poder identificar n síndromes para corregir el bit más significativo.
4. el circuito corrector es una puerta AND en el que el último bit está negado.

Pregunta 16

Un código cíclico de dimensiones C(23,12) y distancia mínima 7:

1. Puede tener una o más palabras código de peso 6.
2. Tiene una sola palabra código de grado 11.
3. Puede tener palabras código de grado 23.
4. Tiene una sola palabra código de peso 11.

Pregunta 17

En un sistema ARQ de envío continuo y rechazo simple o retroactivo se utiliza un código de distancia mínima 7, corrigiendo errores de peso 2 y simultáneamente detectando errores de peso menor o igual que 4.

1. La probabilidad de retransmisión es más elevada que si usamos el código solo para detección.
2. La probabilidad de error residual es más pequeña que si usamos el código solo para detección.
3. La cadencia eficaz es más elevada que si usamos el código solo para detección.
4. Se mejora apreciablemente la cadencia eficaz si pasamos a envío continuo y rechazo selectivo.

Pregunta 18

En una transmisión ARQ con envío continuo y rechazo simple o retroactivo con L bits de número de secuencia, la capacidad de la memoria del emisor

1. debe tener capacidad para almacenar una trama, es decir, la última trama enviada.
2. tiene un tamaño-máximo que no debe superar.
3. es mejor dimensionarla lo más grande posible para que la transmisión no se bloquee porque se llene la memoria.
4. no afecta a la eficiencia de la transmisión.

Pregunta 19

Se dispone de un código cíclico, con polinomio generador g(x) y dimensiones C(15,7), del que se sabe que puede corregir errores dobles, sin capacidad detectora adicional, y se desea diseñar un código C(16,7) de $d_{min}=6$,

1. se utilizaría $g'(x) = (x+1)\cdot g(x)$
2. sólo se puede hacer si g(x) es múltiplo de (x+1).
3. se añadiría un bit de paridad al código original.
4. se puede hacer eliminando columnas de la matriz de paridad H.

Pregunta 20

Si puedo enviar por un canal tramas de 20 bits en total, y quiero ser capaz de corregir errores dobles, la longitud máxima de las palabras fuente que puedo transmitir es de:

1. 16 bits.
2. 10 bits.
3. 8 bits.
4. 12 bits.

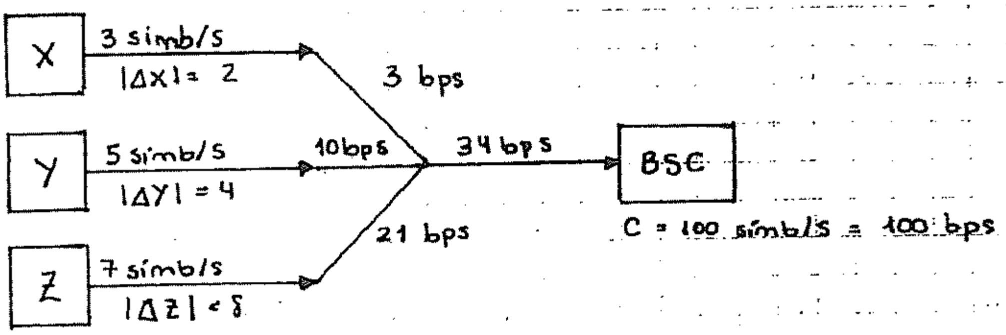
Febrero-05

TESTS

E - II - 4: X

1. Falso, al ser elementos equiprobables, la entropía es máxima. Siempre se puede comprimir una fuente hasta su entropía

2. Cierto



3. Cierto, es un teorema

4. Falso, no sabemos si es cíclico

5. Cierto, $H(x,y) \leq H(x) + H(y)$

6. Cierto

7. Falso, es de grado mínimo, no de peso mínimo

8. Cierto, el par es código y el impar no (el bit de paridad que hemos visto en teoría es de paridad par

9. Falso, la base del logaritmo no es igual al cardinal del conjunto

10. Falso, podemos tener un número finito de símbolos con probabilidad distinta de cero y hasta infinito con probabilidad cero.

11. Es la diez, está repetida

12. Falso, la distancia no es simétrica (entropía relativa = distancia)

13. Falso, $H(p=0) = 0$, $H(p=1) = 0$

14. Falso, no tiene por qué

15. Cierto

16. Falso, dits es en unidades decimales

17. Falso, exige la existencia de una sólo

18. Falso, está incluida en la penúltima pero existir existe

. Cierto, no cumple la simetría

1. Falso, nos están diciendo que la distancia entre X_1 y X_n tiende a cero. Lo que se va haciendo más pequeño es la distancia entre un instante y el anterior. SI EXISTE LA DISTRIBUCIÓN ESTACIONARIA.

1. Falso

12. Falso, cumple la positividad

13. Cierto

24. Cierto (sin errores quiere decir que P_e puede ser tan pequeña como queramos)

25. Falso, no tienen por qué coincidir. Con que empiecen distinto ya no coinciden...

26. Falso, si existiera la estacionaria decrecería

27. Falso

28. Cierto

29. Falso, es una cota inferior.

30. Falso, tiene mejor calidad comprimiéndolos por separado pero hay cosas que se parecen en los dos canales estéreo por lo que es más eficiente comprimirlos juntos ya que no se guarda información repetida.

31. Cierto, el canal con memoria es mejor

32. Cierto

33. Cierto : $P = 2^{-nH(x)} \Rightarrow \log_2 2^{-nH(x)} = (-n)H(x)$

34. Falso, depende de si la fuente es d-ádica

35. Cierto :

- $\sum D^{-l_i} \leq 1$
- $\frac{1}{3} + 4 \cdot \frac{1}{9} + 3 \cdot \frac{1}{27} = \frac{9}{27} + \frac{12}{27} + \frac{3}{27} = \frac{24}{27} < 1 \Rightarrow$ cierto

36. Falso, todo código fuente de longitud fija NO SINGULAR es unívocamente decodificable

37. Cierto

38. Falso, no existe ningún código que tenga una longitud media menor que la entropía de la fuente a la que codifica.

39. Falso, si esto fuera cierto, ¿para qué hemos derivado en los problemas?

40. Falso

- Biunívoca: significa que hay una relación fuerte, tienen mucho mucho en común, son casi la misma ⇒ hay mucha información mu

41. Cierto, todos los vectores del array son distintos seguro, da igual en qué fila o columna estén.

42. Falso, hay al menos D de máxima longitud.

43. Falso

- $\sum D^{-l_i} \leq 1$
- $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{1}{8} + \frac{1}{16} > 1$ ⇒ Falso

44. Falso, siempre genera el de menor longitud media.

45. Cierto, más frecuentes es lo mismo que más probables ⇒ menor longitud

46. Falso, la sec. típica no tiende ni a la promedio ni a la más probable (es lo mismo).

47. Cierto, esto es verdadero y se llama la ineficiencia de las aproximaciones

48. Falso

49. Falso, nosotros habríamos marcado cierto porque detecta ráfagas pero ellos contestan falso, parece que no tienen en cuenta las ráfagas.

50. Cierto

51. Cierto, Teorema que hemos visto

52. Falso, que está formado por sec. típicas es cierto pero es falso que éstas tengan máxima entropía.

53. Falso, no tiene nombre la manera de decidir

54. Cierto, sólo corrige el líder de cogrupo

2. Falso, es módulo g(x) no h(x)

6. Falso, falta el bit alternante

7. Cierto

Cierto, y por debajo de 0'2 y de 0'1... la extensión es interesante pero perdemos el tiempo real

- Extensión de orden n de la variable x:
  - $H(x) \leq \bar{L}(E_x) \leq H(x) + \frac{1}{n}$ cuando n>>

1. Cierto

0. Cierto

1. Cierto

2. Falso.

3. Falso, es muy raro que la palabra recibida sea líder de cogrupo

64. Cierto, cuando se agota la ventana tienes que esperar al ACK ⇒ dependes del T_{ACK}

65. Falso, tiene más probabilidad el líder

66. Falso, $3 + 2 + 1 = 6$

67. Falso, el que hacemos nosotros sí, pero no todos

68. Cierto, porque como transmites menos bits eres menos vulnerable aunque dejarías de detectar ráfagas que no parece que las tengan en cuenta

69. Cierto

- $(1 + x^n) = p(x) \cdot q(x)$

  $\downarrow$

  $x^k \cdot p(x^{-1}) \Rightarrow$ ¿primitivo? sí, el recíproco de un primitivo es primitivo

70. Cierto

71. Falso, se pueden recortar todos

72. Cierto, $4 + 2 + 1 = 7$

73. Falso : $d_{min} \leq n-k+1$ SIEMPRE

74. Falso, los líderes son los corregibles

75. Falso, nos estáis diciendo que el primitivo tiene peso mínimo ⇒ no es cierto, grado mínimo sí, pero no peso mínimo

76. Falso, no se ve ni en cuánto...

77. Cierto

78. Cierto

79. Cierto, espera hasta que llegue el ACK

80. Falso, si está recortado deja de ser cíclico y si deja de ser cíclico no puede detectar ráfagas

E - II - 14:

1. ② La incertidumbre de B todavía puede superar a la de A, no sabemos las distribuciones de probabilidad por lo que puede pasar cualquier cosa

2. ④ Las tres variables tienen una dependencia markoviana, la información mut entre X y Z ya está incluida en la $I(X;Y)$

3. Todas son falsas

4. ② $\{110, 011, 100, 001, 0111\}$

5. ③ a símbolos equiprobables les corresponden palabras de igual longitud

6. ② Si el código es instantáneo, su longitud media puede ser tan buena como la de cualquier código unívocamente decodificable

7. ④ No necesita conocer a priori la distribución de probabilidades de la fuente, que puede ser una fuente con memoria

8. ④ C es máximo cuando la distribución de Y es uniforme

9. ④ $C_T \leq \min(C_1, C_2)$

10. ③ $C = 2 - H(p)$

$$\cdot\ Q = \begin{bmatrix} 1-p & p & 0 & 0 \\ p & 1-p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1-p & p \\ 0 & 0 & p & 1-p \end{bmatrix} \Rightarrow \text{es simétrico} \Rightarrow C = \log_2 \{Y\} - H(\text{fila}) = $$

$$= 2 - H(p)$$

1. ④ Es siempre de grado mínimo y en algunos casos también es de peso mínimo.

- Al multiplicar G por 100···00 nos queda la primera fila de G que es el generador

③ Generan todos códigos cíclicos de longitud n

- La ② es falsa porque el 1+ x genera el que le de la gana.

3. ④ (111000100110101)

- $x^{n-k} \cdot u(x)$:
  - $x^{10} \cdot (1+x^2+x^4) = x^{10}+x^{12}+x^{14}$
- $\underline{x^{n-k} \cdot u(x)}$:
  $g(x)$
  - $$\begin{array}{l|l} x^{14}+x^{12}+x^{10} & x^{10}+x^{8}+x^{5}+x^{4}+x^{2}+x+1 \\ \cline{2-2} \underline{x^{14}+x^{12}+x^{9}+x^{8}+x^{6}+x^{5}+x^{4}} & x^{4}+1 \\ x^{10}+x^{9}+x^{8}+x^{6}+x^{5}+x^{4} & \\ \underline{x^{10}+x^{8}+x^{5}+x^{9}+x^{2}+x+1} & \\ x^{9}+x^{6}+x^{2}+x+1 \quad \equiv (1110001001) & \end{array}$$

14. ③ Un código lineal

15. ② Detecta todos los errores de grado 8

- Como el generador tiene 8 y es el de grado mínimo y único ⇒ detecta todos los errores de grado 8 ⇒ en cuanto me llegue otra palabra de grado 8 sabré que no es
- La ④ es falsa porque un código detecta todos los errores de peso impar cuando x+1 es factor del generador:
  - $$\begin{array}{l|l} x^{8}+x^{7}+x^{6}+x^{4}+1 & x+1 \\ \cline{2-2} \underline{x^{8}+x^{7}} & x^{7}+x^{5}+x^{4} \\ x^{6}+x^{4}+1 & \\ \underline{x^{6}+x^{5}} & \\ x^{5}+x^{4}+1 & \\ \underline{x^{5}+x^{4}} & \\ 1 \neq 0 & \end{array}$$

16, ③ Tiene una sólo palabra código de grado 8 (el generador)

17. ② De tipo Meggitt sólo permiten corregir errores simples

18. ② Con rechazo simple (retroactivo a Go-back-n) ha de tener un rango de números de secuencia (tamaño de ventana) en proporción al tiempo de asentimient

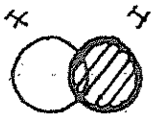
19. ④ Una técnica FEC si el canal no tiene retorno

20. ③ Para rechazo selectivo, los tamaños del buffer del transmisor y del receptor no son independientes.

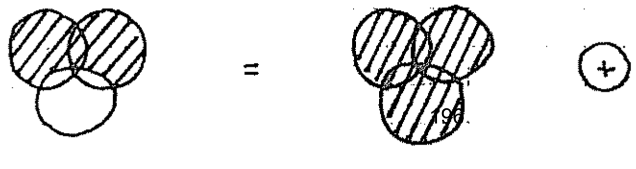
4 DE FEBRERO DE 2006

Parte 1 de 2

1. Verdadero
2. Verdadero
3. Falso, ¿dónde está Y? No sabemos por qué, pero falso
4. Verdadero
5. Falso, falta - 0'8 log 0'8
6. Falso
7. Falso, lo que importa es cómo es f(x), si f(x) es biyectiva sí se cumple, si no, no
8. Verdadero

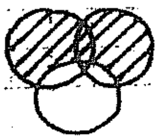


9. Falso
   - si no es un proceso de Markov es verdad
   - si es un proceso de Markov no es verdad, es la tasa de entropía
10. Falso

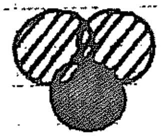


si es ⊕ seguro que es falso, si fuera menos podríamos mirar si es verdadero o no

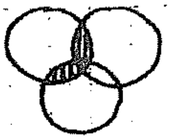
. Falso



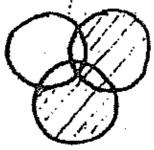
≥



.. Falso



=



pienso que esta mal resuelta, este es el resultado de sumas

Verdadero

- $I(X;Z/Y)=0 \Rightarrow$ es de Markov $\Rightarrow I(X;Y) \geq I(X;Z)$

Falso

- $2^{-n(H(X)-E)} = 2^{-21050}$

Falso

- $2^{n(H(X)+E)} = 2^{21250}$

Verdadero

- {10, 100, 000, 001, 110, 111}
- {0}, {0, 00, 01}, {0, 1, 00, 01}, {0, 1, 00, 01, $\underline{10}$, 11}

17. Verdadero

- {00, 001, 101, 011, 110, 111}
- {1}, {1, 01, 10, 11}, {1, 0, 01, 10, 11}, {1, 0, 01, 10, 11}

18. Falso

- No tiene nada que ver:
  - Desigualdad de Kraft : Tema 3
  - Códigos Hamming : Tema 5

19. Falso

20. Verdadero

21. Verdadero

22. Verdadero

23. Falso, los típicos son los más probables solamente si la fuente es equiprobable

24. Falso

- Se trata de un canal simétrico $\Rightarrow C = \log_2 |Y| - \underline{H(fila)} = 2 - [\frac{1}{2}\log_2 2 + \frac{1}{4}\log_2 4 + 2 \cdot \frac{1}{8}\log_2 8] = 2 - \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right] = 2 - \left[\frac{2+2+3}{4}\right] = 2 - \frac{7}{4} = \frac{1}{4} = 0'25$

25. Verdadero

- Si un canal es débilmente simétrico las columnas tienen que valer lo mismo. Las filas siempre valen 1.

Parte 2 de 2:

1. Falso

2. Verdadero

3. Falso

4. Falso, es condición necesaria que sea indivisible pero no suficiente, tiene que generar un cuerpo de Galois

5. Falso

$h'(x)$ es el recíproco de $h(x)$

6. Falso, depende de si la dmín de partida es par o impar

7. Falso

- Si permutas filas mantienes el espacio vectorial
- Si permutas columnas te cargas el espacio vectorial y el código deja de ser lineal

8. Falso

- $21 - 15 = 6$ y sólo tengo 2 de grado 6
- Generaré : $\left\{ \begin{array}{l} 1C(21,20) \\ 1C(21,19) \\ 2C(21,18) \\ 2C(21,15) \end{array} \right.$

9. Falso

- Un polinomio primitivo sólo genera para n y ya, ninguno de orden menor
- Si generara para orden 2n no podría generar para orden menor

· Verdadero, el dual

Verdadero

- $x+1$ sólo genera $d_{mín} = 2$
- los primitivos generan $d_{mín} = 3$

Falso

$$\begin{array}{l|l}
x^7 + 1 & x^4+x^3+1 \\ \cline{2-2}
\underline{x^7+x^6+x^3} & x^3+x^2+x+1 \\
x^6+x^3+1 & \\
\underline{x^6+x^5+x^2} & \\
x^5+x^3+x^2+1 & \\
\underline{x^5+x^4+x} & \\
x^4+x^3+x^2+x+1 & \\
\underline{x^4+x^3+1} & \\
x^2+x \neq 0 &
\end{array}$$

13. Verdadero

14. Falso, debería ser $d > s+t+1$

15. Verdadero

16. Verdadero

- Sistematizamos $G \rightarrow H \rightarrow d_{mín}$
  - $G = \left[\begin{array}{ccc|cc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right]$
  - $H = \left[I_{n-k} \mid P^T \right] \Rightarrow H = \left[\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{array}\right] \Rightarrow d_{mín} = 3$
- Líderes:
  - $\alpha_0 = 1$
  - $\alpha_1 = 5$
  - $\alpha_2 = 2$

17. Verdadero

- $\sum \alpha_i = 2^8 = 256$
  - $\alpha_0 = 1$
  - $\alpha_1 = 15$
  - $\alpha_2 = 105$
  - $\alpha_3 = 256 - 105 - 15 - 1 = 135$

18. Verdadero

- pilla todos los de n-k
- pilla todos los de n-k+1 menos la que coincide con el generador
- pilla todos los de orden superior menos las palabras código

19. Verdadero

20. Verdadero

21. Verdadero

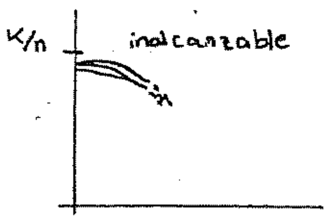
22. Verdadero, sólo tiene que almacenar una trama

23. Falso, no aumenta la eficiencia

24. Verdadero

25. Verdadero

- límite de FEC ≡ límite teórico:



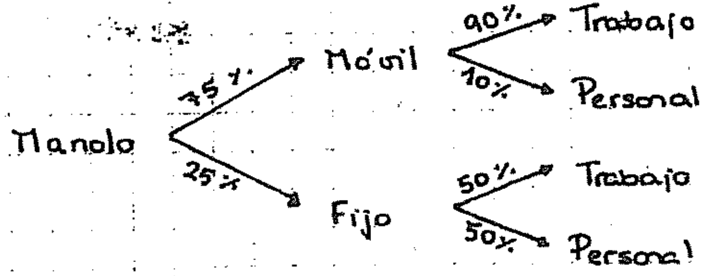
10 SEPTIEMBRE 2005

1. 2.- Puede estar entre 1 y 2 bits:

- $H(1/2, 1/2, 0, 0, 0) = 1$ bit
- $H(1/2, 1/8, 1/8, 1/8, 1/8) = \frac{1}{2}\log_2 2 + \frac{4}{8}\log_2 8 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2$ bits

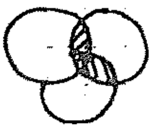
Ninguna de las respuestas es correcta:

- $X \equiv$ tipo de teléfono
- $Y \equiv$ tipo de llamada

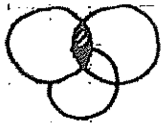


- $H(\text{Teléfono} / \text{Llamada}) = \sum_{LL=T,P} H(\text{Teléfono} / \text{Llamada} = LL) \cdot Pr(\text{Llamada} = LL) =$
  - $P(LL = T) = 0'1 \cdot 0'75 + 0'5 , 0'25 = 0'8$
  - $P(LL = P) = 0'2$
- $I(LL, T) = H(LL) - H(LL/T) = H(T) - H(T/LL) = H(0'8, 0'2) - H(LL/T)$
- $H(LL/T) = 0'75 \cdot H(0'9, 0'1) + 0'25 \, H(0'5, 0'5)$
- $I(LL, T) = H(0'8, 0'2) - 0'75 \cdot H(0'9, 0'1) - 0'25 \cdot 1 \simeq 0'12$ bits

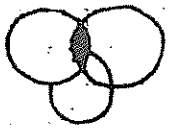
3. 1.- $I(A;B) \leq I(B;C)$



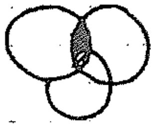
- Las otras son verdaderas:
  - $I(A;B) \geq I(A;C)$



  - $I(A;B,C) = I(A;B)$



  - $I(A;B/C) \leq I(A;B)$



4. 2.- $D(p \| q) = - \sum p(x) \log q(x) - H(X)$ (sacando logaritmos)

5. Uno de los códigos de enunciado (el segundo) no se ve bien, hacemos el otro y respondemos como si sólo hubiera uno:

- $\{230, 232, 213, 312, 133, 123, 31, 021\}$
  - $\{2\}$
  - $\{2, 30, 32, 13\}$
  - $\{2, 30, 32, 13, 3\} \Leftrightarrow \{2, 3, 30, 32, 13\}$
  - $\{2, 3, 30, 32, 13, 0\} \Leftrightarrow \{0, 2, 3, 30, 32, 13\}$

- {0,2,3,30,32,13,12,1,21} ⇔ {0,1,23,12,13,21,30,32}
- {0,1,2,3,12,13,21,30,32,33,23} ⇔ {0,1,2,3,12,13,21,23,30,32,33}
- {0,1,2,3,12,13,21,23,30,32,33} ⇒ es UD

- Como no sabemos qué pone en la última palabra del segundo código, sólo sabemos que el primero es UD ⇒ el primer código, (el analizado), es UD

6. 1.- Puede haber del orden de $2^{nH(X/Y)}$ secuencias X^n conjuntamente típicas con Y

   - Ojo porque la segunda tiene sentido en el caso siguiente:
     - la probabilidad de que dos secuencias cualesquiera sean conjuntamente típicas es del orden de $2^{-nI(X;Y)}$ pero no es lo mismo que saber que una lo es.

7. 4.- Es el límite por encima del cual no se puede enviar información con probabilidad de error todo lo pequeño que se quiera.

8. 1.- Consigue acotar la probabilidad de error al estimar una variable dada X incluso si no conocemos ninguna otra variable aleatoria.

   - la cuarta en teoría también es falsa porque no puede haber Pe nula pero es que la primera ... tiene que haber dos variables aleatorias !E querer decir tan pequeña como queramos.

9. 4.- Son unívocamente decodificables.

10. 4.- 1 bit con p(x) = {0'5, 0, 0'5}

11. 3.- ARQ de rechazo selectivo

12. 3.- Es un código cíclico y sistemático.

    Es cíclico porque la paridad también rota:

$$\begin{array}{ccccc} v_0 & = & u_0 & + & u_3 \\ & & \downarrow & & \downarrow \\ v_1 & = & u_1 & + & u_4 \\ & & \downarrow & & \downarrow \\ v_2 & = & u_2 & + & u_5 \end{array}$$

13. 2.- Si se elige un valor adecuado de K no debe reducir sensiblemente el caudal eficaz de dicha técnica ARQ.

14. 3.- Un secuencial de n-K registros

3- $x^7 + x^3 + 1$

3-(0011110) = $\bar{v}$

- $G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

- Sistematizamos al revés porque no se puede sistemarizar normal

- $G = \left[\begin{array}{ccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right]$

- $H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

- $$\bar{s} = \bar{r} \cdot H^T = \left.\begin{array}{c} 1\ 1\ 1\ 0 \\ 1\ 0\ 0\ 0 \\ 0\ 1\ 0\ 0 \\ 0\ 0\ 1\ 0 \\ \underline{0\ 0\ 0\ 1} \\ (0\ 0\ 0\ 1) \end{array}\right] \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} s_0 = e_0 + e_1 + e_2 + e_3 = 0 \\ s_1 = e_1 + e_2 + e_4 = 0 \\ s_2 = e_0 + e_2 + e_5 = 0 \\ s_3 = e_0 + e_1 + \boxed{e_6} = 1 \end{array}\right.$$

- $\bar{V} = (0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1) + (0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1) = (0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0)$

7. 2- Podría corregir hasta un máximo de 14013440 errores de peso mayor o igual a 4.

- $\sum \alpha_i = 2^{n-k} = 2^{24} = 16777216$

- dmín = 7 ⇒ t = 3

- $\alpha_0 = 1$

- $\alpha_1 = \binom{255}{1} = 255$

- $\alpha_2 = \binom{255}{2} = \frac{255!}{253! \cdot 2!} = 32385$

- $\alpha_3 = \binom{255}{3} = \frac{255!}{252!\ 3!} = 2731135$

- $\alpha_4 = 16777216 - 2731135 - 32385 - 255 - 1 = 14013440$

18. 4- Coincide con el peso de la palabra código de peso mínimo

19. 2.- Los códigos cíclicos tienen mejores propiedades detectoras que los códigos lineales

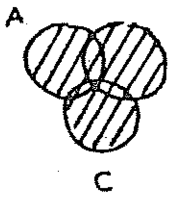
- Los cíclicos no los tienen en cuenta

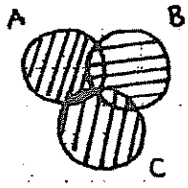
20. 3.- El resto $r^{(1)}(x)$ de $x \cdot r(x)$ módulo $g(x)$ coincide con el síndrome $s^{(1)}(x)$

31 ENERO 2005 $\boxed{E\text{-}II\text{-}17}$

1. 4.- Puede estar entre 1 y 2 bits

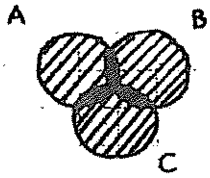
2. 3.- $H(A,B,C) = H(A/B) + H(B/C) + H(C)$





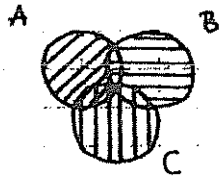
1.- $H(A,B,C) \leq H(C) + H(B/C) + H(A/B)$

V



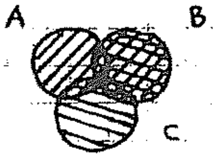
1.- $H(A,B,C) \leq H(A) + H(B) + H(C) - I(A;C) - I(B$

V



3.- $H(A,B,C) = H(A/B) + H(B/C) + H(C)$

F



4.- $H(A,B,C) \leq H(A,B) + H(B,C) - H(B)$

V ? No sabemos, pero SEGURO que la alter. es falsa

3. 4.- $I(X;Y) = \sum\sum p(x,y) \cdot \log \frac{p(Y/X)}{p(Y)}$

- $I(X;Y) = \sum\sum p(x,y) \log \frac{p(x,Y)}{p(x) \cdot p(Y)}$ y $p(x,Y) = p(x) \cdot p(Y/x)$

4. 3.- Las tres variables tienen una dependencia markoviana

5. 2.- Una secuencia se identifica como típica si su probabilidad está debidamente acotada.

4.- Toda código unívocamente decodificable cumple la desigualdad de Kraft.

2.- No necesita conocer la distribución de una fuente estacionaria para conseguir que la longitud media tienda a la entropía.

3.- En un proceso de Markov periódico, no se puede calcular la distribución estacionaria porque no existe el límite de las probabilidades de transición entre estados separados arbitrariamente.

2.- Coincide con la diferencia entre la incertidumbre de los símbolos a la entrada sin condicionar y condicionados con la salida, para una determinada distribución.

3.- La capacidad C es nula porque es incapaz de decidir, vienen todo el rato con la misma probabilidad.

1. 1.- La distancia mínima de ese conjunto de palabras es el menor peso de sus palabras.

- La 3 y la 4 no pueden ser porque para que sean código tiene que estar el vector nulo y no puede estar.

12. 2.- Un intercambio de filas en dicha matriz no modifica el conjunto de palabras código pero modifica la correspondencia entre mensajes y palabras código.

13. 3.- Su síndrome es siempre el mismo que el síndrome del error introducido por el canal.

14. 3.- Siempre se corrige adecuadamente cuando el error del canal coincide con uno de los líderes de cogrupo.

15. 2.- El circuito corrector es una puerta AND en el que algunas entradas pueden estar negadas.

16. 2.- Tiene una sola palabra código de grado 11

17. 3.- La cadencia eficaz es más elevada que si usamos el código solo para

NOTE BOOK

detección.

18. 2.- Tiene un tamaño máximo que no debe superar

19. 3.- Se añadiría un bit de paridad al código original.

20. 1.- 16 bits

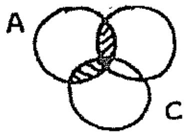
- $d_{min} \leq n-K+1 \Rightarrow d_{min} = 5 \text{ o } 6 \Rightarrow n-K = 4 \text{ o } 5 \Rightarrow 15 \text{ o } 16$

21 ENERO 2004 E-II-16

1. 2.- $I(X;Y,Z) = D(p(x,y,z) \,\|\, \underbrace{p(x,y)\cdot p(z)}_{\text{esto tendría que ser } p(x)\cdot p(y,z)})$

2. 2.- $H(a,c) = H(a) + H(c/b)$

   1.- $I(a;b) = I(b;c)$ Verdadera



3. 3.- Ternario, y unívocamente decodificable: $\{1,2,2,2,2,2,3,3,4,4\}$

4. 4.- Cuaternario, habrá al menos cuatro palabras de longitud máxima

5. 1.- Relaciona la capacidad de un canal con un límite inferior de su probabilidad de error.

   Creemos que son ciertas tanto la 1 como la 3 pero contestamos 1

6. 2.- Es menor o igual que $2^{-n(H(x)-\epsilon)}$

7. 2.- Vale 5/4 bits

- $(\mu_1,\mu_2,\mu_3) = (\mu_1,\mu_2,\mu_3)\cdot \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/4 & 1/2 & 1/4 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \mu_1 = \frac{1}{2}\mu_1 + \frac{1}{4}\mu_2 \Rightarrow 2\mu_1 = \mu_2 \\ \mu_2 = \frac{1}{2}\mu_1 + \frac{1}{2}\mu_2 + \frac{1}{2}\mu_3 \\ \mu_3 = \frac{1}{4}\mu_2 + \frac{1}{2}\mu_3 \Rightarrow \mu_2 = 2\mu_3 \end{array} \right\} \mu_2 = 2\mu_1 \,,\ \mu_1 = \mu_3$$

- $\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 = 1 \Rightarrow \mu_1 + 2\mu_1 + \mu_1 = 1 \Rightarrow \mu_1 = \frac{1}{4} = \mu_3 \Rightarrow$

$\Rightarrow \mu_2 = \frac{1}{2}$

{ Markov }
invariante

$$\cdot\ H(\mathcal{X}) \overset{\text{invariante}}{=} H(X_n / X_{n-1}) = \sum_{x=1,2,3,4} H(X_n / X_{n-1} = x) \cdot P_r(X_{n-1} = x) =$$

$$= \frac{1}{4} H(\text{fila } 1) + \frac{1}{2} H(\text{fila } 2) + \frac{1}{4} H(\text{fila } 3) =$$

$$= \frac{1}{2} H(1/2, 1/2) + \frac{1}{2} H(1/4, 1/2, 1/4) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\log_2 4 + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2}\log_2 2\right] = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\left[1 + \frac{1}{2}\right] = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2} = \frac{5}{4} \text{ bit}$$

3.- {01, 011, 111, 110, 001, 000}

- {00, 001, 101, 011, 110, 111}
  - {1}
  - {1, 01, 10, 11}
  - {1, 01, 10, 11, 0}
  - {1, 0, 01, 10, 11} ⇒ Es UD
- {01, 10, 000, 001, 110, 111}
  - {No hay} ⇒ Es UD
- {01, 011, 111, 110, 001, 000}
  - {1}
  - {1, 11, 10}
  - {1, 11, 10, 0}
  - {1, 0, 11, 10, $\boxed{01}$, 00} ⇒ No es UD

1. 1.- $1 - \frac{1}{2} H(p)$

$$\cdot\ \log_2 |Y| - H(\text{fila}) = 2 - \left[\frac{p}{2}\log_2\frac{2}{p} + \frac{1}{2}\log_2 2 + \frac{1-p}{2}\log_2\frac{2}{1-p}\right] =$$

$$= 2 - \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\left[p\left[\log_2 2 + \log_2\frac{1}{p}\right] + (1-p)\left[\log_2 2 + \log_2\frac{1}{1-p}\right]\right]\right] =$$

$$= 2 - \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\left[\cancel{p} + p\log_2\frac{1}{p} + 1 - \cancel{p} + (1-p)\log_2\frac{1}{1-p}\right]\right] =$$

$$= 2 - \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\left[H(p) + 1\right]\right] = 2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}H(p) - \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2}H(p)$$

10. 4.- Y que si $R < C$ la probabilidad de que la secuencia de salida y cualquiera de las falsas palabras código sean conjuntamente típicas, se puede hacer tan pequeña como se desee.

11. 3: Los síndromes asociados a cada cosgrupo de la matriz estándar son los mismos en ambos casos.

12. 3- Puede corregir algunos patrones de error de peso 4 o superior.

13. 3- C(7, 3)

- $x^7 + 1$ $\quad\big|\ x^4 + x^3 + x^2 + 1$

$\qquad\qquad\quad\ \ x^3 + x^2 + 1$

$\underline{x^7 + x^6 + x^5 + x^3}$

$x^6 + x^5 + x^3 + 1$

$\underline{x^6 + x^5 + x^4 + x^2}$

$x^4 + x^3 + x^2 + 1$

$\underline{x^4 + x^3 + x^2 + 1}$

0

14. 2- Genera un código cíclico C(n, k-1)

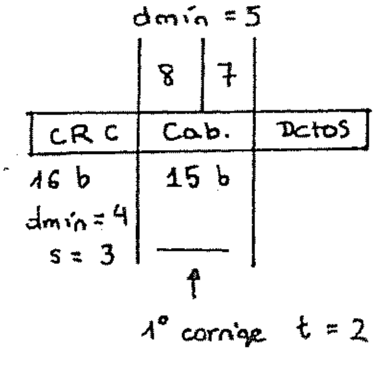
15. 2: Un circuito secuencial de n-k registros.

16 2- Tienen un retardo de tránsito constante.

17. 4.- El rendimiento puede llegar a ser similar al ARQ de Parada y Espera si el tiempo de asentimiento es mucho menor que el tiempo de transmisión de un bloque

18. 2.- Dos bits son suficientes

19. 1.- Dos errores en la cabecera se detectarán y se pedirá retransmisión.



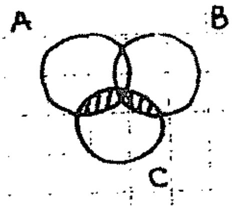
La más falsa de todas es la primera.

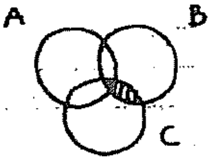
20. 2.- Tres bits erróneos en la cabecera y uno en el campo de datos siempre se detectarán.

1 SEPTIEMBRE 2003 E-II-15

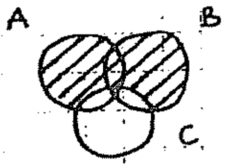
1. Parece que todas son falsas

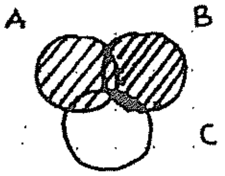
- $I(A,B;C) \leq I(B;C)$ ⇒ Falsa



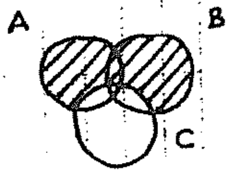


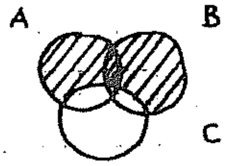
- $H(A,B/C) \geq H(A) + H(B/A) - I(B;C)$ ⇒ Falsa



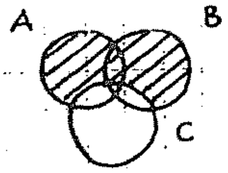


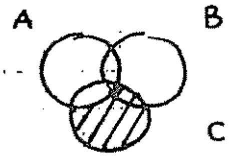
- $H(A,B/C) \geq H(A/C) + H(B/C)$ ⇒ Falsa





- $H(A,B/C) \geq H(C/A) + H(C/B)$





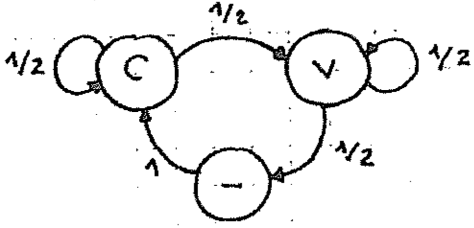
2. 1- $I(X;Y) = \sum\sum p(x,y)\cdot\log\left[\frac{p(y/x)}{p(y)}\right]$

3. 3.- $I(X;Y,Z) = I(X;Y)$

4. Parece que todos son falsas

5. 2.- Es menor que $2^{-n(H(X)-\varepsilon)}$

6. 3.- $\Pi = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \end{bmatrix}$



7. 2.- Vale 4/5 bit/símbolo

$$\cdot\ (\mu_e, \mu_c, \mu_v) = (\mu_e, \mu_c, \mu_v) \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \mu_e = \frac{1}{2}\mu_v & \Rightarrow \mu_v = 2\mu_e \\ \mu_c = \mu_e + \frac{1}{2}\mu_c & \Rightarrow \mu_c = 2\mu_e \\ \mu_v = \frac{1}{2}\mu_c + \frac{1}{2}\mu_v & \Rightarrow \mu_v = \mu_c \end{cases}$$

$$\cdot\ \mu_e + \mu_c + \mu_v = 1 \Rightarrow \mu_e + 2\mu_e + 2\mu_e = 1 \Rightarrow \mu_e = \frac{1}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mu_c = \mu_v = \frac{2}{5}$$

$$\cdot\ H(\mathcal{X}) \underset{\text{Markov Invariante}}{=} H(X_n/X_{n-1}) = \sum_{x=\{e,c,v\}} H(X_n/X_{n-1}=x) \cdot P_r(X_{n-1}=x) =$$

$$= \frac{1}{5} H(\text{fila } 1) + \frac{2}{5} H(\text{fila } 2) + \frac{2}{5} H(\text{fila } 3) = 2 \cdot \frac{2}{5} H(\text{fila } 2) =$$

$$= 4/5 \text{ bits/símbolo}$$

8. 2.- $\{2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4\}$

9. 4.- Es óptima si y sólo si la distribución de probabilidad de la fuente es diádica

10. 1.- R>C es imposible que la probabilidad de error sea menor que un valor mínimo

11. 2.- ARQ de rechazo selectivo

12. 3.- 2 octetos

$$\cdot\ d_{mín} \leq n-K+1 \Rightarrow 7 \leq 255 - K + 1 \Rightarrow 7 \leq 256 - K \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K = 249$$

13. 4.- Si se elige un valor adecuado de K no debe reducir sensiblemente el caudal eficaz de dicha técnica ARQ

14. 1.- Un secuencial de (n-k) registros

15. 4.- Es el polinomio código de menor grado

16. 1.- Es capaz de corregir todos los errores de 1 bit y dos vectores de error de 2 bits.

- $H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow d_{mín} = 3 \Rightarrow 1.-$

4.- El vector transmitido más probable es el (1111111)

$$H^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \bar{s} \cdot H^T \Rightarrow \begin{cases} s_0 = e_0 + \underline{e_2} + e_3 + e_4 = 1 \\ s_1 = e_0 + e_1 + \underline{e_2} + e_5 = \\ s_2 = e_1 + \underline{e_2} + e_3 + e_6 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \end{array} = \bar{s}$$

8. 3.- C(7,3)

9. 3.- $d \leq n - k + 1$

10. 4.- El resto $r^{(1)}(x)$ de $x \cdot r(x)$ módulo $g(x)$ coincide con el síndrome $s^{(1)}(x)$

$H(X) = -\sum_{\forall x} p(x) \cdot \lg p(x) \leq \lg_D |X|$ $\qquad H(X)+H(Y)-I(X,Y) = \ldots$

$H(X,Y) = -\sum_{\forall x}\sum_{\forall y} p(x,y) \cdot \lg p(x,y) = H(X) + H(Y/X) = H(Y) - H(X/Y) =$

$H(X/Y) = \sum_{\forall y} p(Y=y) \cdot H(X/Y=y) = -\sum_{\forall y} p(y) \cdot \sum_{\forall x} p(X=x/y) \cdot \lg p(x/y)$

$I(X;Y) = -\sum_{\forall x}\sum_{\forall y} p(x,y) \cdot \lg \frac{p(x,y)}{p(x) \cdot p(y)} = D(p(x,y) \,//\, p(x) \cdot p(y)) = H(X) - H(X/Y)$
$= H(Y) - H(Y/X)$

$H(X_1, \ldots X_n) = H(X_1) + H(X_2/X_1) + \ldots \quad H(X_n/X_{n-1} \ldots X_1)$ $\qquad H(X/Y) \leq H(X)$

$I(X_1, X_2, \ldots X_n; Y) = I(X_1; Y) + I(X_2, Y/X_1) + \ldots$

$H(\mathcal{X}) = \lim_{n \to \infty} \frac{H(X_1 \ldots X_n)}{n}$

$H'(\mathcal{X}) = \lim_{n \to \infty} H(X_n/X_{n-1} \ldots X_1) \overset{\text{markov}}{=} \lim_{n \to \infty} H(X_n/X_{n-1}) \overset{\text{esta}}{=} H(X_2/X_1)$

Si es $\mu_E = \mu_E \cdot \Pi \Rightarrow H'(\mathcal{X}) = H(\mathcal{X}) = H(X_2/X_1) = \sum_{\forall i} \mu_i \cdot H(\text{fila } i)$

$L(C) = \sum_{\forall x} p(x) \cdot l(x)$; $L(C)_{op} = H(X) \Leftrightarrow p(x_i) = D^{-l_i}$ ó $l_i = -\lg p(x_i)$

$H(X) \leq L(C)$; $\quad H(X) \leq L(C)_{opt} \leq L_{SH}(C) \leq H(X)+1$ $\qquad |(\lg_2 u)' \to \frac{u'}{u} \cdot \lg_2 e$

$H(X) \leq L_{SFE}$; $L_F \leq H(X)+2$

AEP $\Rightarrow$ prob de obtener sec long n: $P(\bar{s}) = 2^{-2n H(X)}$
$2^{-n[H(X)+\varepsilon]} \leq p(x_1, \ldots x_n) \leq 2^{-n[H(X)-\varepsilon]}$

sec típicas: cumplen

nº sec típicas $\Rightarrow 2^{n H(X)}$

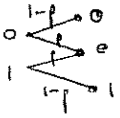
$\Pr\{\Delta_\varepsilon^{(n)}\} \geq 1-\varepsilon$; $\quad (1-\varepsilon) 2^{n(H(X)-\varepsilon)} \leq |\Delta_\varepsilon^{(n)}| \leq 2^{n(H(X)+\varepsilon)}$

$C = \max_{p(x)} I(X,Y) = \max_{p(x)} (H(Y) - H(Y/X)) = \max_{p(x)} (H(X) - H(X/Y)) \left. \begin{matrix} \leq \lg_2 |X| \\ \leq \lg_2 |Y| \end{matrix} \right.$

nº de columnas

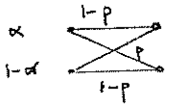
Canal simetrico o debil sim $\to C = \lg_2 |Y| - H(\text{fila})$

Canal con borrado



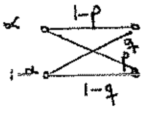
$C = 1-p$

BSC



$C = 1 - H(p, 1-p)$

BNSC



$\max I(X,Y) \longrightarrow \frac{\partial I(X,Y)}{\partial \alpha} = 0 \to \alpha_{op} \to C$

Cadencia $\quad R(m,n) = \frac{\lg_2 M}{n}$

$P_e^{(n)} \geq 1 - \frac{C}{R} - \frac{1}{nR}$ | Límite de fano

$H(X^n/Y^n) \leq 1 + P_e^{(n)} + nR$

$I(X^n/Y^n) \leq nC$

2 sec son conjuntamente típicas $\Leftrightarrow \{|-\frac{1}{n} \cdot \lg P(X^n) - H(X)| < \varepsilon\} \wedge \{|-\frac{1}{n} \lg P(Y^n) - H(Y)| < \varepsilon\} \wedge \{|-\frac{1}{n} \lg P(X^n, Y^n) - H(X,Y$

$P(X^n, Y^n) \leq 2^{-n(H(X,Y)+\varepsilon)}$

Y^n típica $\to$ prob de X^n típica $= 2^{-n H(X/Y)}$

$\Pr\{(\hat{X}^n, \tilde{Y}^n) \in \Delta_\varepsilon^{(n)}\} \leq 2^{-n(I(X,Y)-3\varepsilon)}$

Nº medio

$N = \sum_{i=1}^{\infty} i \cdot p(i) = \frac{1}{1-p} = \bar{L}$

Nº mínimo de bits para cod

Con prob transiciones $\to$ $H(\mathcal{X})$ RLE

Con prob estados $\to$ $H(X)$ Huffman.

Markov | Aperiodico
Irreducible $\Rightarrow \exists \mu_E$
Invariante

$\lg_B x = \frac{\lg_K x}{\lg_K B}$

Markov: $p(X_n/X_{n-1} \ldots X_1) = p(X_n/X_{n-1}$

Invariante $p(X_n = j/X_{n-1} = i) = p(X_2 = j/X_1$

$I(X;Y) \geq I(X;Z)$

Cod Shannon $\quad l_i = \lceil -\lg p_i \rceil + 1$

Luego sacar por arbol.

Cod Huffman: Optimo

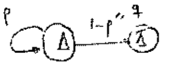
Cod Sh - Fano - Elias

x $\quad p(x) \quad F(x) \quad \bar{F}(x) \quad \bar{F}(x)_{bin} \quad L(x) \quad$ P.cód

$F(x) = \sum_{\forall a \leq x} p(a) \quad \bar{F}(x) = \sum_{\forall a < X} p(a) + \frac{1}{2} p($

$\bar{F}(x) \to \bar{F}(x)_{bin}$ $\qquad 0 \xrightarrow{\times 2} 0 \xrightarrow{\times 2} 1 \xrightarrow{-1 \times 2} 0$

Codigo RLE



$p^m \geq$

$m = \frac{-\lg 2}{\lg p}$

$G(n) = q \cdot p^{n-1} \qquad p^m \cdot ($

$G(m+n) = q\, p^{m+n-1} = p^m (q$

Código Fano

Para ver si no es prefijo

$\sum_{\forall i} D^{-l_i} \leq 1 \quad$ Kraft

Para ver si univocamente decodifica

$\sum_{\forall i} D^{-l_i} \leq 1 \quad$ Mc-Millan

2do Th Shannon

- Si $R < C \to P_e$ tan peque como queramos (no nula)
- Si $R > C \to$ Hay una P_e minima por debajo la cual no poder transmitir.

Desigualdad de Fano $\quad P_e \geq (H(X/Y) - 1) / \lg |X|$

$\sum_{k=1} k \cdot r = \left(\frac{1}{1-r}\right)^2$

$\ldots p(X_n/X_{n-1} \ldots X_1)$ $\quad H_D(X) = \lg_B$

$\dots p_i \log_2 \frac{1}{p_i} - \sum_{i=1} p_i \log_2 p_i$ $1/2$

$\sum_x \sum_y p(x,y) \log_2 \frac{1}{p(x,y)} = H(X)+H(Y/X) = H(Y)+H(X/Y) = H(X)+H(Y)-I(X;Y)$

$\dots) = \sum_x \sum_y p(x,y) \log_2 \frac{1}{p(y/x)} = \sum_x H(Y/X=x)\,P(X=x)$

$\dots) = \sum_x \sum_y p(x,y) \log_2 \frac{p(x,y)}{p(x)p(y)} = D(p(x,y)\,\|\,p(x)p(y)) = H(X)-H(X/Y) = H(Y)-H(Y/X)$

$\dots X_2,\dots,X_n) = H(X_1)+H(X_2/X_1)+H(X_3/X_1,X_2)+\dots+H(X_n/X_1,\dots,X_{n-1}) =$

$\dots X_2,\dots,X_n;Y) = I(X_1;Y)+I(X_2;Y/X_1)+I(X_3;Y/X_1,X_2)+\dots+I(X_n;Y/X_1,\dots,X_{n-1})$

$\dots = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} H(X_1,\dots,X_n)$

$\dots = \lim_{n\to\infty} H(X_n/X_1,\dots,X_{n-1}) \overset{\text{Markov}}{=} \lim_{n\to\infty} H(X_n/X_{n-1}) \overset{\text{Invariante}}{=} H(X_n/X_{n-1})$

$\dots = \mu P \Longrightarrow H'(X) \to H(\mathcal{X}) = H(X_n/X_{n-1})$

Markov

$p(X_n/X_{n-1},\dots,X_1) = p(X_n/X_{n-1})$

Invariante → Ⓟ

$p(X_n=j/X_{n-1}=i) = p(X_2=j/X_1=i)$

$N = \sum_{i=1} i\,p(i) = \frac{1}{1-p}$

- Prob. de permanencia

$P = \frac{N-1}{N}$

MÍNIMO Nº DE BITS PARA CODIFICAR INFORMACIÓN

- Con prob. de transiciones → Tasa entropía
RLE
- Con prob. de estados → Entropía Huffmann

Si nos piden aproximarnos a la entropía utilizar Huffmann: LL, LR, R,L, RR

Markov
- Aperiódica
- Irreducible [illegible]
- Invariante

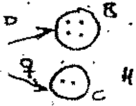
$\log_2 x = \frac{\log x}{\log 2}$

$(\log_2 x)' = \frac{1}{x} \log_2 e$

Con clases y símbolos: (la de siempre)

$\mathcal{H}(X) = \mu_1 H(X_n/X_{n-1}\in A) + \mu_2 H(X_n/X_{n-1}\in B)$

$\mathcal{H}(X)_{\text{clases}} = \mu_1 H(1^a \text{ fila } P) + \mu_2 H(2^a \text{ fila } P)$



$H(X_n/X_{n-1}\in A) =$

$H(p_{\alpha 1}, p_{\alpha 2}, p_{\alpha 3}, p_{\alpha 4}, q\beta_1, q\beta_2)$

Si P es simétrica:
- Filas y columnas permutaciones
- Todas suman lo mismo

entonces μ es equiprobable

$I(X;Y) \le I(X;Z)$

Si $A_X = \{x_1,\dots,x_n\}$ y $A_D = \{0,1,\dots,D-1\}$ → $\bar{L}(C) = \sum_i p(x_i)\,l(x_i)$ donde $l(x_i)$ es el nº de símb. de A_D que forman la palabra código.

$\bar{L}(C) \ge H(X) \xrightarrow[\text{ÓPTIMO}]{\text{CÓDIGO}} \bar{L}(C) = H(X) \to \sum_i p(x_i)\,l(x_i) = -\sum p(x_i)\log_2 p(x_i) \to l(x_i) = -\log_2 p(x_i) \Rightarrow p(x_i) = 2^{-l(x_i)}$

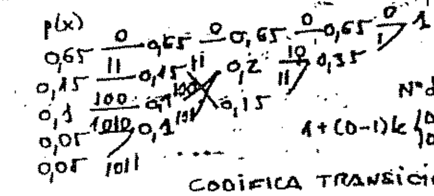
Alfabeto fuente, con $|A_X| = n$ símb.
Alfabeto código con $|A_D| = D$ símb.
→ Un código prefijo con long. $l_1, l_2, \dots, l_n$ existe ⟺ $\sum_{i=1}^{n} D^{-l_i} \le 1$ KRAFT
Un código U.D con long $l_1, l_2, \dots, l_n$ existe ⟺ ″ McMILLAN

D-ÁDICA ⟺ $D=2 \to \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$

"el código óptimo es realizable en función de la prob. de la fuente, no del algoritmo de codificación"

CÓDIGO SHANNON: no da palabras, sólo longitudes $l_i = -\log p_i$

CÓDIGO HUFFMANN: da la codificación óptima (no el código óptimo)



Nº de hojas

$1+(D-1)k$ {D=2: 1,2,3,4... ; D=3: 1,3,5,7...}

1 → 0
2 → 11
3 → 100
4 → 1010
5 → 1011

CODIFICA TRANSICIONES

CODIFICACIÓN RLE: codifica permanencias en un estado.

símbolo	A	B
prob. repetir p	1/2	7/8
m	1	6
longitud		
1	0	000
2	1	001
3	10	010
4	11	011
5	110	100
6	[illegible]	101
7	1110	1000

Buscamos un m / $p^m \approx 1/2$ → $m = \frac{\log 1/2}{\log p}$

Nº bits codificados con RLE
$(1-p^m) \dots (m-1)$

CÓDIGO SHANNON-ELIAS-FANO: ordena las palabras código como las de la fuente

	x	p(x)	F(x)	$\bar{F}(x)$	l(x)	$\bar{F}(x)$ binario	Recortado
1	0	0,1	0,1	0,05	5	00001	00
2	1	0,3	0,4	0,25	3	010	010
3	2	0,15	0,55	0,475	4	0111	011
4	3	0,4	0,95	0,75	3	110	110
5	4	0,05	1	0,975	6	111110	111

$F(x) = \sum_{i=1}^{n} p_i(x)$

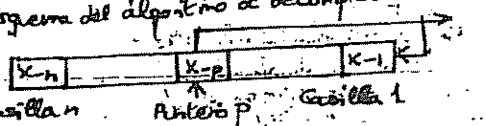
$\bar{F}(x) = \frac{1}{2}(F(x)+F(x-1))$

$l(x) = \log_2 \frac{1}{p_i} + 1$ ↑↑ PARTE

	$2^{-1}=0{,}5$	$2^{-2}=0{,}25$	$2^{-3}=0{,}125$	$2^{-4}=0{,}0625$	$2^{-5}=0{,}03125$	2^{-6}...
5	0	0	0	0	1	▨
5	0	1	0	▨	▨	▨

ALGORITMO DE LEMPEL-ZIV

- Se utiliza pq no tenemos pq conocer la distrib. de prob. del sistema, o puede que esta sea variable. Es óptimo con $n\to\infty$.
- Tenemos un bufer en transmisión y otro idéntico en recepción.
- Esquema del algoritmo de decompresión:



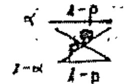
2 TIPOS DE INSTRUCCIONES
① Tipo (L,P,C): "coloca puntero en la casilla P, realimenta L caracteres y carácter nuevo C"
② Tipo (0,C): "No hay realimentación, carácter nuevo C"

$\boxed{C = \max_{p(x)} I(X;Y) = \max_{p(x)} H(Y) - H(Y/X) \text{ (bits)}}$

- Canal simétrico
  - Filas y columnas permutaciones mismos elementos
  - Filas y columnas suman 1
  - Matriz cuadrada
- Canal semisimétrico o débilmente simét.
  - Filas con permutaciones de los mismos elementos
  - Columnas suman lo mismo
  - Matriz no cuadrada

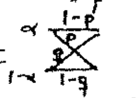
nº columnas ↓ $C = \log_2|Y| - H(\text{fila})$

BSC



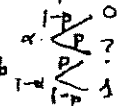
$C = 1 - H(p) = 1 - H(p, 1-p)$

NSC



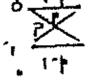
$\max I(X;Y) \to \frac{\partial I(X;Y)}{\partial \alpha} = 0 \to \alpha_{opt} \to C$

Canal borrado



$C = 1-p$

Ej. BSC



$(p(y_1),p(y_2)) = (p(x_1)\ p(x_2)) \begin{pmatrix} 1-p & p \\ p & 1-p \end{pmatrix} \rightsquigarrow H(Y/X=0) = H(1-p,p)$; $H(Y/X=1) = H(p,1-p)$

$(p(y_1),p(y_2)) = (p(x_1)(1-p)+p(x_2)p,\ p(x_1)p + p(x_2)(1-p)) =$
$= (\alpha(1-p)+(1-\alpha)p,\ \alpha p + (1-p)(1-p)) \rightsquigarrow H(Y) = H(\ ,\ )$

$H(Y/X) = \sum_x H(Y/X=x)\,p(X=x) = \alpha H(1-p,p) + (1-\alpha) H(p,1-p) = H(p,1-p)$

$C = \max_{p(x)} I(X;Y) = \max_{p(x)} H(Y) - H(Y/X) = 1 - H(p,1-p) = 1 - H(p)$

ONZALO GUELBENZU VILLOTA. GRUPO 31

G. Gelbenzu

· $H_{(n-k,n)} = [I_{n-k} | P^T]$. $\overset{n\times(n-k)}{H}$ genera $C_d(n,n-k)$ $G\cdot H^T = 0$ X

$$D = \sum_{i=d_{min}}^{n} A_i p^i(1-p)^{n-i} \leq \sum_{i=d_{min}}^{n}\binom{n}{i}p^i(1-p)^{n-i} \approx \binom{n}{d_{min}}p^{d_{min}}(1-p)^{n-d_{min}}$$

$$C = 1 - \sum_{i=0}^{t} \alpha_i p^i(1-p)^{n-i} \leq \sum_{i=t+1}^{n}\binom{n}{i}p^i(1-p)^{n-i} \rightarrow P_{NC} \geq 1 - \sum_{i=0}^{t}\binom{n}{i}p^i(1-p)^{n-i}$$

$$D: \begin{cases} \cdot\ w > d_{min} \longrightarrow P_D = 1-\binom{n}{w}p^{w}(1-p)^{n-w} & \text{(EJ. SÓLO DETECTOR)} \\ \cdot\ w = d_{min} \longrightarrow 1-\binom{n}{0}p^{d_{min}}(1-p)^{n-d_{min}} \leq P_D \leq 1-\binom{n}{d_{min}}p^{d_{min}}(1-p)^{n-d_{min}} & \times \end{cases}$$

dmin (de H)
- 1. $C_i = 0 \rightarrow d_{min} = 1$
  - $C_i \neq 0 \rightarrow d_{min} \geq 2$
- 2. $C_i = C_j \rightarrow d_{min} = 2$
  - $C_i \neq C_j \rightarrow d_{min} \geq 3$
- 3. A ojo

· Detector: $s = d_{min} - 1$

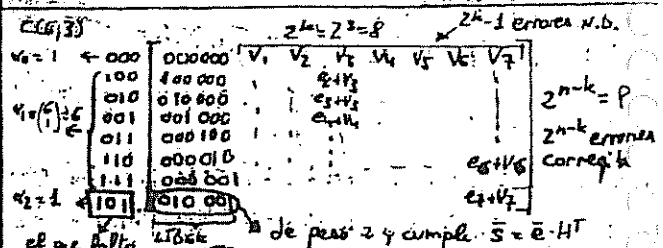
· Corrector: $t = \frac{d_{min}-1}{2}$

· Híbrido: $s + t + 1 = d_{min}$

α_i = nº errores corregibles peso i ≤ nº líderes agrupo $= \binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!}$ X

PERFECTO $\sum_{i=0} \alpha_i = 2^{n-k}$

3º) $\bar{v}_{corregida} = \bar{r} + \bar{e}_{elegido}$ → (el que tenga menos unos) X



Los síndromes verifican $\bar{s} = \bar{e}H^T = \begin{cases} s_0 = e_0+e_4+e_5 \\ s_1 = e_1+e_3+e_4+e_5 \\ s_2 = e_2+e_3+e_5 \end{cases}$ X

CÓDIGO HAMMING → ∀m ≥ 3 ∃ C(n,k) con m = n−k, $n = 2^m-1$, $k = 2^m-1$

· + pequeño C(7,4). dmin = 3 siempre → t = 1. Código perfecto (VÁLIDOS TB. PARA CÍCLICOS) X

a aumentar la dmin de un código: podemos añadir un bit de paridad siempre que la dmin de partida sea impar.

n un código Hamming dmin' = 3+1 = 4 pero deja de ser perfecto. { dmin' = dmin+1 si dmin impar; dmin' = dmin si dmin par } ← [a | n−k | k] X $G' = \left(\begin{array}{c|c} \vdots & G \end{array}\right)$ C(n ↓ C(n+1

5) $v_0 = u_1+u_2$; $v_1 = u_0+u_1+u_2$; $v_2 = u_0+u_2$ $\rightarrow G = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$ X

Si $g(x) = 1 + g_1x + g_2x^2 + \ldots + 1\cdot x^r$ con $r = n-k$ es factor de x^n+1 → genera código cíclico C(n,k). g(x) es el polinomio de grado mínimo.

Podemos obtener g(x) como suma (sin acarreo) de dos palabras código y rotando hasta obtener el polinomio de grado mínimo.

Podemos obtener g(x) conociendo una palabra código v(x) y el grado de g(x) → rotamos v(x) hasta obtener la palabra de grado de g(x).

A partir de una palabra código podemos obtener todas las demás por rotación (por ser cíclica) y por suma (por ser lineal). Esto es muy útil para calcular Ai.

CODIFICACIÓN SISTEMÁTICA

Calcular $(v_0, v_1, \ldots, v_{n-1})$ a partir de $(u_0, \ldots, u_{k-1})$:

1. $b(x) = \text{resto}\left[\frac{x^{n-k}u(x)}{g(x)}\right]$
2. $v = (b_0, b_1, \ldots, b_{n-k-1} | u_0, \ldots, u_k)$ X

Ⓖ 1. Rotando g(x) hasta obtener matriz $G_{k\times n}$ y sistematizar hasta obtener $G(P_{k\times n-k}|I$

2. $G_{k\times n} = [P_{k\times n-k} | I_k] = \left(\begin{array}{c|ccc} b_0(x) & 1 & 0 \cdots & 0 \\ \vdots & 0 & 1 \cdots & 0 \\ b_i(x) & 0 & \cdots & 1 \end{array}\right)$ donde $b_i = \text{resto}\left[\frac{x^{n-k+i}}{g(x)}\right]$ $\forall i = 0, \ldots, k-1$ X

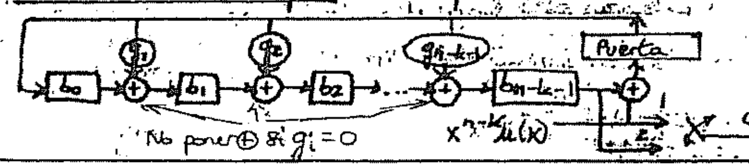
Ⓗ 1. A partir de G, sabiendo que $H_{n-k\times n} = [I_{n-k} | P^T]$ ← (Hd = G)

2. a) $h(x) = \frac{x^n+1}{g(x)}$

b) $h'(x) = x^k\cdot h(x^{-1}) = x^k(h_0 + h_1x^{-1} + \ldots + h_kx^{-k}) = h_k + \ldots + h_0x^k$ → genera $C_d(n, n-k)$

c) Rotamos h'(x) hasta obtener una matriz $H_{n-k\times n}$. Sistematizamos X

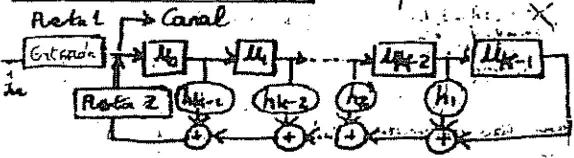
CODIFICACIÓN BASADA EN g(x): n−k etapas



1. Puerta cerrada
2. Puerta abierta

X

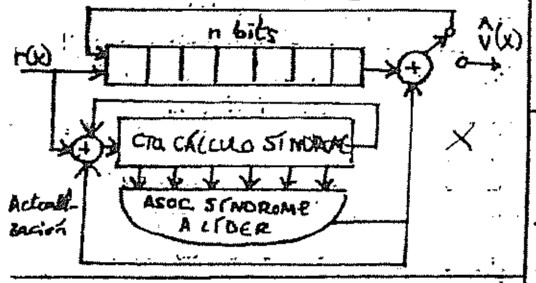
CODIFICACIÓN BASADA EN h(x): k etapas X



Estado 1: se introduce el mensaje original en el registro y en el canal. Puerta 1 —— Puerta 2 – –

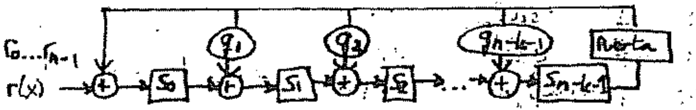
Estado 2: se sacan los bits de redundancia. Puerta 1 – – Puerta 2 ——

DECODIFICADOR DE MEGGIT: (t=1)



X

PROCESAMIENTO DEL SÍNDROME s(x) X



$s(x) = \text{resto}\left[\frac{r(x)}{g(x)}\right]$

"s(x) es lo que queda cuando ha entrado todo r(x)"

· Los mismos g para códigos lineales: s,t y s,t. X

· g(x) ≠ 1 → detecta errores simples

· g(x) tiene como factor (1+x) → detecta errores peso impar

· g(x) tiene como factor polinomio primitivo → " " dobles

p.p. grado r → { factor de x^n+1 con $n = 2^r-1$; no es factor de x^m+1 con m<n }

· Ráfagas (si no está recortado)

→ C(n,k) todas con ℓ ≤ n−k

→ Todas con ℓ = n−k−1 salvo g(x) ①

→ ℓ > n−k+1 → Las que no coincidan con palabras de código ②

① $P_{ND} = \frac{1}{2^{n-k-1}}$ ② $P_{ND} = \frac{1}{2^{n-k}}$ X

· Un p.p de grado r genera un código cíclico de Hamming de C(n,k) con $n = 2^r-1$ con dmin = 3. Si añadimos bit de paridad g(x)(1+x) → C'(n, k−1) y dmin' = dmin+1 = 4 (pq dmin impar

· Ej. p.p $g(x) = x^4+x+1$ genera un código cíclico Hamming C(15,11) → $g'(x) = g(x)(1+x)$ genera un C.C.H expandido C(15,10) con dmin = 4.

· Ej. C(168,160) que detecte errores de peso par → $g(x) = 1+x^2+x^3+x^4+x^8$ genera C(255,247) $\xrightarrow{\text{Recortamos}}$ C(168,160). X

⑦	FEC	ARQ parada y espera ①	ARQ rechazo simple ②	ARQ rechazo selectivo ③
$E[T_{ac}]$	$\frac{k+m}{R}$	$\frac{1}{1-P_{eb}}\left(\frac{k+m}{R}+T_{ACK}\right)$	$\frac{k+m}{R}\left(\frac{1}{1-P_{eb}}\right)+T_{ACK}\frac{P_{eb}}{1-P_{eb}}$	$\frac{1}{1-P_{eb}}\cdot\frac{k+m}{R}$
$C_{ef} = \frac{k}{E[T_{ac}]}$ (bps)	$\frac{k\cdot R}{k+m}$	$(1-P_{eb})\left(\frac{k\cdot R}{k+m+T_{ACK}\cdot R}\right)$	$\frac{(1-P_{eb})kR}{k+m+P_{eb}T_{ACK}R}$	$\frac{(1-P_{eb})kR}{k+m}$
Rend. $\rho = \frac{C_{ef}}{R}$	$\frac{k}{k+m}$	$\frac{(1-P_{eb})k}{k+m+T_{ACK}\cdot R}$	$\frac{(1-P_{eb})k}{k+m+P_{eb}T_{ACK}R}$	$\frac{(1-P_{eb})k}{k+m}$

· $P_{eb} = P_{RTX} = 1-(1-p)^n \simeq pn$ salvo digan el contrario o técnica híbrida.

· $P_{eb} = 1-(1-p)^{6\cdot 10}$ — Para una multitrama de 10 tramas de 6 bits.

· $P_{res} = P_{res1}(1-P_{RTX1})^4 + P_{res2}P_{RTX1}(1-P_{RTX2}) + P_{res}P_{RTX1}^n$

· $P_{ERROR} = 1-P_{NO\,ERROR} = 1-(1-\underset{P_{ND}}{P_{NC}})^{n^o\,tramas}$ (a la aplicación)

$P_{eb_{\text{técnica híbrida}}}$ = P(detecte y no corrija)

(k = información (no C(n,k)!!) No incluye cabecera ni redundancia)

· Parada y espera: protocolo del bit alternante: C = 1 bit

ARQ rechazo simple: W = "nº tramas en un T_{ACK}" + 1 $= \frac{T_{ACK}}{n/R} + 1$ (C = "W")

$T_{ACK} = 2t_p + \frac{n^o\ bits\ ACK}{R}$

ARQ rechazo select: $W_{rs\,simple} \leq \frac{\text{máx. nº secuencias} + 1}{2}$ → máx nº sec = n → C = nº de bits necesarios en codif. n

$k_{opt} = \sqrt{\frac{m+T_{ACK}\cdot R}{P}}$